

BRYS

Natuurkunde met LEGO!



Karel Langendonck
november 2022

Voorwoord

Ooit zei de reclame..... “Een huis, een vliegtuig en een boot, met LEGO kun je alles maken!” Maar, kun je met LEGO ook natuurkunde maken? Zijn de wereld-

beroemde, vrolijk gekleurde steentjes ook in te zetten in de les natuurkunde? Het antwoord spreekt voor zich en is in het vervolg van dit boekje te lezen en ontdekken.

In de komende pagina’s passeren een aantal experimenten de revue, waarin LEGO steeds een centrale rol speelt. Ook een aantal didactische overwegingen en ideeën zullen aan de orde worden gesteld. Het geheel is zo beschreven dat directe toepassing in de klas mogelijk moet kunnen zijn, weliswaar na een bezoek aan de plaatselijke speelgoedwinkel.

De doelgroep waarvoor dit boekje geschreven is, bestaat uit docenten natuurkunde in het voortgezet onderwijs, zowel in het tweedegraads als in het eerstegraads onderwijsgebied. Het zou inspiratie moeten / kunnen bieden voor een creatieve invulling van het onderwijsaanbod. Daarbij dient te worden opgemerkt dat dit materiaal nog volop in ontwikkeling is. In de (nabije) toekomst zullen er nog aanpassingen en/of aanvullingen worden doorgevoerd.

Voor nu, wens ik de lezer veel leesplezier en inspiratie toe!



Karel Langendonck
november 2022

Inhoudsopgave

	Voorwoord	1
	Inhoudsopgave	2
1.	LEGO-steentje	3
2.	LEGO en Fermi	6
3.	LEGO-dichtheid	9
4.	Auw met LEGO	13
5.	LEGO-formules	15
6.	Verstopte LEGO	22
7.	LEGO-autootje	24
8.	LEGO-tensegrity	29
9.	LEGO-brick-seperator	32
10.	Newton met LEGO	35
11.	Atwood met LEGO	39
12.	LEGO-ballon-autootje	43
13.	LEGO-wagentjes blazen	45
14.	Schieten met LEGO	47
15.	Draaiende LEGO-steentjes	50
16.	Dansende LEGO-steentjes	55
17.	Radioactieve LEGO-steentjes	58
18.	LEGO-splijting en LEGO-fusie	60
19.	Emissie- en absorptiespectrum met LEGO	63
20.	Optica met LEGO	66

LEGO-steentje

Heeft u weleens goed naar een LEGO-steentje gekeken? Ik wel! De vrolijk gekleurde steentjes zijn er in tal van vormen en maten. Laten we hier eens kijken naar een (4×2) -steentje.

Hiervan is een voorbeeld te zien in figuur 1. We kunnen de lengte van het steentje meten, zo ook de breedte en de hoogte. Dit is een perfecte oefening in het werken met een schuifmaat en dan kom ik voor een (4×2) -steentje tot een lengte van 31,7 mm, een



Fig. 1 Een (4×2) -steentje

breedte van 15,8 mm en een hoogte van 9,5 mm. Bij de hoogte dient dan te worden opgemerkt dat dit de hoogte exclusief de dopjes op het steentje betreft. Neem ik een dergelijk dopje wel mee, dan meet ik 11,4 mm. Hiermee is ook bekend dat de hoogte van een dopje ($11,4 - 9,5 =$) 1,9 mm is. Ook de diameter van een dopje kan gemeten worden en deze blijkt 4,9 mm te zijn.

Het nut van het weten van de afmetingen van een LEGO-steentje is wellicht niet erg groot, maar is wel een uitstekende toepassing in het gebruik en het (leren) aflezen van een schuifmaat. Daarbij geven de genoemde waarden een indicatie, want hierop zullen per blokje vast en zeker logische verschillen ontstaan.

Het blokje omdraaien levert snel de informatie op dat een LEGO-steentje hol van binnen is. Door ook dit aspect mee te nemen, kunnen ook andere functionaliteiten van de schuifmaat worden toegepast. Omwille van de leesbaarheid worden deze hier niet meegenomen.

Maar goed, als we de afmetingen van een steentje dan te pakken hebben, kunnen we het oppervlak van het steentje natuurlijk eenvoudig berekenen. Voor leerlingen zal dit nog best lastig zijn, want zij dienen met nogal wat aspecten rekening te houden. Het grote voor- en achtervlak is natuurlijk rechthoekig en heeft dus een oppervlak van:

$$A_{\text{voor-achter}} = 31,7 \cdot 9,5 = 301 \text{ mm}^2$$

De zijvlakken kunnen op dezelfde manier berekend worden:

$$A_{\text{zij}} = 15,8 \cdot 9,5 = 150 \text{ mm}^2$$

En ook het bovenvlak is bekend:

$$A_{\text{boven}} = 31,7 \cdot 15,8 = 501 \text{ mm}^2$$

Eigenlijk moet hier wel het oppervlak van de bovenkant van de dopjes van af worden getrokken, maar als we deze oppervlakken zo dadelijk ook gaan berekenen, komen ze er vanzelf weer bij. Het oppervlak van de bovenzijde van een dopje is:

$$A_{\text{dopje,boven}} = \frac{1}{4} \pi d_{\text{dopje}}^2 = \frac{1}{4} \pi \cdot (4,9)^2 = 19 \text{ mm}^2$$

Van deze dopjes tellen we er 8 in figuur 1, waarmee het bovenvlak van het steentje een oppervlak heeft van:

$$A_{\text{boven}} = 501 - 8 \cdot 19 = 349 \text{ mm}^2$$

Tot slot kan nog de mantel van een dopje berekend worden:

$$A_{\text{dopje, mantel}} = \pi d_{\text{dopje}} \cdot h_{\text{dopje}} = \pi \cdot 4,9 \cdot 1,9 = 29 \text{ mm}^2$$

Het totale oppervlak van het LEGO-steentje zoals te zien is in figuur 1 kan dan eenvoudig berekend worden door de van belang zijnde waarden bij elkaar op te tellen:

$$A = 2 \cdot A_{\text{voor-achter}} + 2 \cdot A_{\text{zij}} + A_{\text{boven}} + \dots\dots \\ \dots\dots 8 \cdot A_{\text{dopje,boven}} + 8 \cdot A_{\text{dopje,mantel}}$$

De eerder berekende waarden invullen, levert een totale oppervlakte op van 1635 mm^2 ($16,35 \text{ cm}^2$) en dat is toch best een verrassend grote waarde. Het laten voorspellen van de grootte van het oppervlak door de leerlingen is dan ook zeer aan te bevelen, want waarschijnlijk schatten ze dit een stuk lager in. Bijzonder nuttig is deze exercitie

verder niet, maar het geeft wel een stuk inzicht in het meten van maten, het rekenen met deze maten en het hanteren van de juiste meetonnauwkeurigheid daarin. Voor leerlingen in de bovenbouw zou dat laatste aspect nog veel verder kunnen worden uitgewerkt, door bij elke meting de foutmarges mee te nemen en de meetfout in het eindantwoord af te laten leiden. De welbekende (en vaak volstrekt onbegrepen) regels voor significante cijfers krijgen daarmee wellicht iets meer handen en voeten in een toepassing.

Maar, LEGO-steentjes zijn er in allerlei soorten en maten. In het voorgaande voorbeeld werd er gerekend aan een (4×2) -steentje. Laten we ook eens aandacht hebben voor achtereenvolgens een (2×2) -steentje, een (3×2) -steentje en een (6×2) -steentje. De lengtemaat van deze steentjes zijn achtereenvolgens 15,8 mm, 23,8 mm, 31,7 mm en 47,9 mm. Als we deze waarden nu eens steeds delen door de lengte van het kleinste steentje (hier het (2×2) -steentje), dan moeten we een reeks kunnen herkennen. Deze berekening levert op:

$$\frac{l_{(2 \times 2)}}{l_{(2 \times 2)}} = \frac{15,8}{15,8} = 1,00$$

$$\frac{l_{(3 \times 2)}}{l_{(2 \times 2)}} = \frac{23,8}{15,8} = 1,51$$

$$\frac{l_{(4 \times 2)}}{l_{(2 \times 2)}} = \frac{31,7}{15,8} = 2,01$$

$$\frac{l_{(6 \times 2)}}{l_{(2 \times 2)}} = \frac{47,9}{15,8} = 3,03$$

Genoteerd in 2 significante cijfers ontstaat de reeks 1,0 : 1,5 : 2,0 : 3,0. En laten we eerlijk zijn, dat is geen verrassend resultaat, maar toch wel aardig om, eventueel ook rekening houdend met de meetfouten, te verifiëren.

LEGO en Fermi

Kunnen rekenen en schatten is een essentiële vaardigheid voor leerlingen als zij aan de slag gaan in de natuurkunde. En laten we eerlijk zijn, de rekenvaardigheid van de leerlingen laat vaak behoorlijk te wensen over en het schatten van een bepaalde grootte is nogal eens teveel gevraagd. Dit kan hen flink belemmeren in het leren van het vak natuurkunde. Het is daarom aan te bevelen in de lessen regelmatig aandacht te besteden aan rekenvaardigheid en/of het vermogen waarden te kunnen schatten. Fermi-problemen kunnen daartoe een fraaie gelegenheid bieden.

In een Fermi-probleem wordt een bepaald probleem voorgesteld en is de uitkomst veelal een concrete getalwaarde. Op weg naar de uitkomst dient vaak een aantal schattingen en/of aannamen te worden gedaan. Het doel daarbij is niet te komen tot een exacte uitkomst, maar tot een waarde die in grootte orde het juiste antwoord heel aardig benadert.

Het wellicht beroemdste Fermi-probleem is “Hoeveel pianostemmers zijn er in New York?”. Een probleem waarop normaal gesproken geen correct antwoord te geven is. We zullen dus moeten gaan rekenen en schatten, dus laten we dat maar eens proberen. New York kent een inwonersaantal van 8 miljoen. Laten we uitgaan van een gemiddelde grootte van een huishouden van 3 personen. Dit betekent 2,7 miljoen huishoudens in New York. Een grove schatting is dat 1 op de 20 huishoudens (dus 5%) een piano in huis heeft staan, die dus gestemd moet worden. In New York staan dus 135.000 piano's. Een pianostemmer zal op een werkdag zo'n 4 piano's kunnen stemmen en hij/zij werkt pakweg 200 dagen per jaar. Per jaar kan één pianostemmer dus 800 piano's stemmen. Laten we er vanuit gaan dat elke piano één keer per jaar gestemd moet worden, dan komen we op 169 pianostemmers in New York. Het is heel goed mogelijk dat er dat meer of minder zijn,

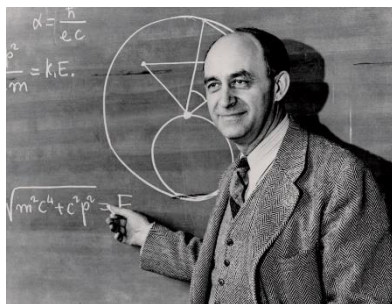


Fig. 2 Enrico Fermi

want we hebben in de oplossing een flink aantal aannamen en schattingen gedaan. Slechts van een beperkt aantal gegevens weten we met volle zekerheid dat deze kloppen. Echter in grootte orde zullen er inderdaad zo'n 169 pianostemmers zijn in New York.

Nog een voorbeeld: "Hoe groot is de omtrek van de aarde?", zie figuur 3. Ook dit probleem kunnen we al redenerend oplossen. We nemen daartoe de afstand van New York naar Los Angeles. Deze twee steden liggen op een afstand van 4800 km van elkaar. Als je van New York naar Los Angeles (of omgekeerd) vliegt, passeer je 3 tijdzones. De afstand die je aflegt over één tijdzone is dus 1600 km. Als we denkbeeldig een rondje rond de aarde vliegen passeren we 24



Fig. 3 De omtrek van de aarde

tijdzones. Er zitten immers 24 uur in een etmaal. Elke tijdzone kende een afstand van 1600 km, dus een volledige ronde komt overeen met een afstand van 38.400 km. Als we er dan een tabellenboek op naslaan, vinden we daar een omtrek van de aarde van 40.075 km en dan kunnen we alleen maar de conclusie trekken dat we akelig dicht in de buurt komen.

Terug naar onze vrolijk gekleurde LEGO-steentjes! Het moet immers ook mogelijk zijn een aantal Fermi-problemen te bedenken waarin LEGO een centrale rol speelt. Bij het oplossen van de onderstaande probleem is het vanzelfsprekend gerust toegestaan LEGO-steentjes te gebruiken en/of ermee te experimenteren. Daar gaan we:

1. Hoeveel LEGO-steentjes moeten er op elkaar gestapeld worden om een hoogte te bereiken, gelijk aan de hoogte van de Eiffeltoren?
2. Hoeveel (4×2) LEGO-steentjes zijn er nodig om een cirkel van LEGO rond de aarde te kunnen leggen?
3. Hoeveel (4×2) LEGO-steentjes zijn er nodig om een leslokaal volledig te vullen met LEGO?
4. Hoeveel (4×2) LEGO-steentjes zijn er nodig om de provincie Utrecht volledig te bedekken met LEGO?
5. Hoeveel (4×2) LEGO steentjes zijn er nodig om een pak melk volledig te vullen met LEGO? Hoe groot is dan de massa van dit pak?

6. Hoeveel LEGO-steentjes moeten er op elkaar gestapeld worden om een toren te kunnen bouwen naar het ISS?
 7. Hoe hoog moet een toren van LEGO-steentjes zijn, zodat het onderste steentje een druk ervaart van de bovenliggende steentjes gelijk aan de luchtdruk?
 8. LEGO-steentjes kunnen eenvoudig met elkaar verbonden worden. Ze blijven aan elkaar verbonden ten gevolge van wrijvingskrachten. Hoe groot is deze wrijvingskracht?
 9. Hoeveel (2×2) LEGO-steentjes zijn er nodig om een mens na te bouwen op ware grootte en met een zo realistisch mogelijke vorm? Hoe groot is de massa van deze LEGO-persoon?
 10. Stel we hebben een mol (4×2) LEGO-steentjes. Welke massa hebben deze gezamenlijk? Hoe hoog wordt een toren die we maken van deze hoeveelheid LEGO-steentjes?
- En zo kan ik nog even doorgaan. Het verzinnen van nog meer Fermi-problemen met LEGO als gemene deler, laat ik verder graag over aan de creativiteit van de lezer.

LEGO-dichtheid

Van het concept dichtheid wordt verondersteld dat dit voor leerlingen (in de tweede klas) een niet al te lastig concept zou moeten zijn. Het tegendeel is echter het geval. Alleen de definitie van dichtheid is voor veel leerlingen al behoorlijk afschrikwekkend: de dichtheid is de massa per volume-eenheid van een bepaald materiaal. Laten we eens onderzoeken of we dit door het gebruik van LEGO-steentjes wat beter op kunnen bouwen!

In dit voorbeeld wordt gebruik gemaakt van (4×2) -steentjes. Een dergelijk steentje heeft een massa van 2,1 g. Twee van deze steentjes hebben dus een massa van 4,2 g en drie van deze steentjes een massa van 6,3 g. Als we deze reeks voortzetten tot tien steentjes eindigen we bij een massa van 21 g. Van deze gegevens kunnen we een grafiek maken, waarin we horizontaal het aantal steentjes plaatsen en verticaal de massa. Het resultaat staat weergegeven in figuur 4.

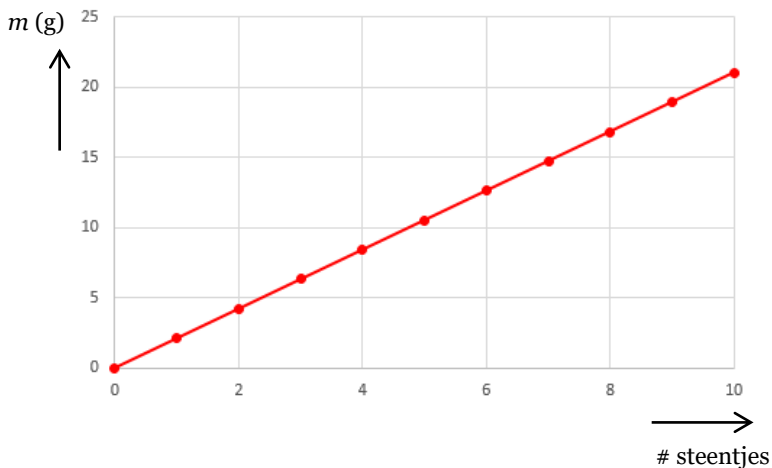


Fig. 4 De massa van LEGO-steentjes uitgezet tegen het aantal LEGO-steentjes.

De dichtheid kan bepaald worden door de richtingscoëfficiënt te nemen van de grafieklijn uit figuur 4. Dit levert de dichtheid in “gram per steentje”. Het resultaat is 2,1 g/steentje en dat is geen verrassing, want dat was immers ook onze eerste meting.

Laten we het dus wat nauwkeuriger maken door de volume-eenheid wat te verkleinen. Een (4×2) -steentje is opgebouwd uit 8 (1×1) -steentjes. Op elk (1×1) -steentje is een dopje aangebracht en dus kunnen we ook dopjes tellen. Een (4×2) -steentje heeft 8 dopjes en een massa van 2,1 g. Op twee (4×2) -steentjes zijn 16 dopjes te tellen en deze hebben een massa van 4,2 g. Zo kunnen we de reeks compleet maken tot een tiental (4×2) -steentjes, waarop 80 dopjes aangebracht zijn en die een massa hebben van 21 g. Laten we nu eens een grafiek maken waarin de massa van de steentjes uitgezet is tegen het aantal dopjes op de steentjes. Dit resultaat staat weergegeven in figuur 5.

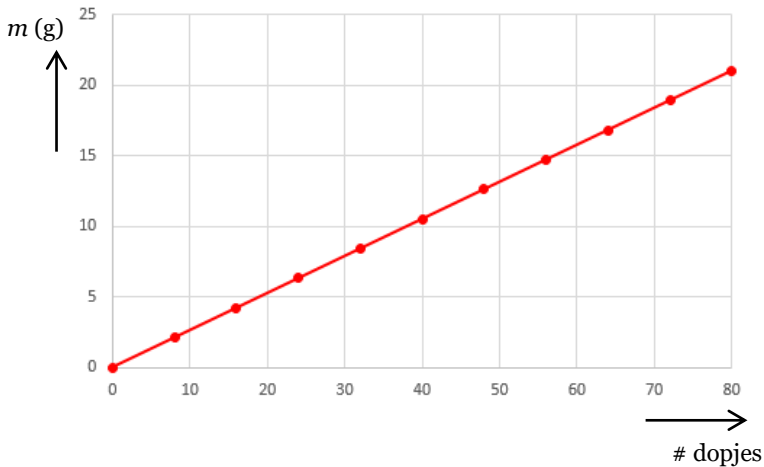


Fig. 5 De massa van LEGO-steentjes uitgezet tegen het aantal dopjes.

Ook uit deze grafiek kan de dichtheid bepaald worden door de richtingscoëfficiënt te nemen. De eenheid die daarbij aan de orde is, is “gram per dopje” of “gram per (1×1) -steentje”. Het resultaat is 0,26 g/dopje. Dat is een net wat exacter antwoord dan de 2,1 g/steentje die we eerder bepaald hebben en geeft ons de gelegenheid om eenvoudig de massa te berekenen van allerlei afmetingen steentjes. Hieruit volgt immers dat bijvoorbeeld de massa van een (2×2) -steentje 1,0 g zal zijn en de massa van een (3×3) -steentje 2,3 g bedraagt. We benaderen daarmee steeds meer de dichtheid van LEGO en het gebruik ervan. Uiteraard willen we eindigen bij de echte dichtheid van LEGO in de standaardeenheid kg/m^3 of desnoods g/cm^3 . Daartoe hebben we het

volume van een (4×2)-steentje nodig in relatie tot de eerder verkregen meetwaarden voor de massa. Dit volume kan bijvoorbeeld bepaald worden met behulp van de onderdompelmethode en dit geeft een resultaat van $2,2 \text{ cm}^3$. De gebruikte meetreeks uit figuur 4 met aantallen blokjes kan worden omgezet naar volume door elke telwaarde te vermenigvuldigen met het volume van een blokje ($2,2 \text{ cm}^3$). Dit levert de grafiek op van figuur 6 waar de massa van de blokjes staat uitgezet tegen het volume van de blokjes.

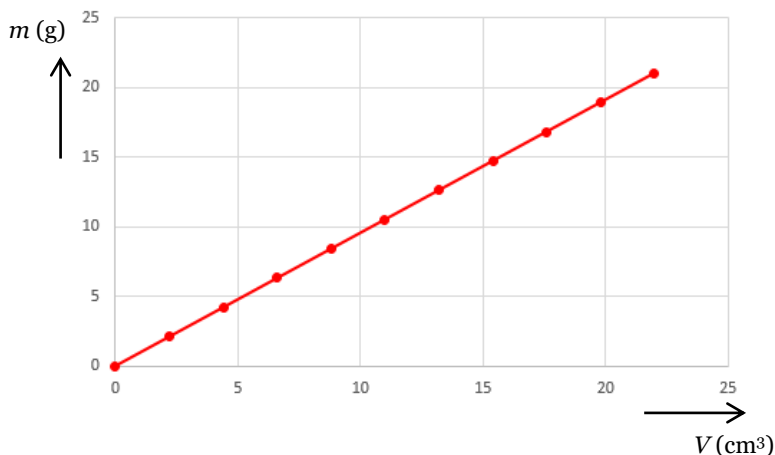


Fig. 6 De massa van LEGO-steentjes uitgezet tegen het volume van LEGO-steentjes.

Uit de grafieken in de figuren 4 en 5 konden we een alternatief voor de dichtheid afleiden door de richtingscoëfficiënt te bepalen van de grafieklijn. Door dat ook in de grafiek van figuur 6 te doen, vinden we de daadwerkelijke dichtheid van LEGO en daar was het allemaal om begonnen. De richtingscoëfficiënt bedraagt $0,95 \text{ g/cm}^3$. Nu denken we toch nog even verder. In elk tabellenboek is te vinden dat de dichtheid van water $0,998 \text{ g/cm}^3$ is. De dichtheid van LEGO is dus kleiner dan de dichtheid van water en dat zou tot gevolg moeten hebben dat een LEGO-steentje drijft op water. En dat klopt, probeer het maar eens of kijk naar figuur 7.



Fig. 7 Drijvend LEGO-steentje.

Tot slot hecht ik er waarde aan te wijzen op de didactische uitgangspunten die in deze paragraaf gehanteerd zijn. Het concept dichtheid is voor veel leerlingen immers lastig te doorgronden. Door gebruik te maken van steeds gelijke objecten, hier (4×2) LEGO-steentjes en de leerlingen de opbouw van een reeks meetresultaten te laten ervaren, bestaat de hoop dat hierdoor het concept beter inzichtelijk wordt. De tussenstap, waarbij gebruik wordt gemaakt van het aantal dopjes is voornamelijk bedoeld om de leerlingen te laten ervaren dat er ook een andere eigenschap van een voorwerp kan worden gebruikt en diensgevolge een andere eenheid kan worden toegepast om tot eenzelfde inzicht te komen. Tot slot, komen we dan bij de formele definitie van de dichtheid, die dan in drie stappen met toenemende complexiteit bereikt wordt.

Auw met LEGO

Heeft u zich weleens gerealiseerd dat het stappen op een LEGO-steentje een van de pijnlijkste ervaringen is die u zich maar kan voorstellen? Elke (groot)ouder met kinderen in de leeftijd, dat er met LEGO gespeeld wordt, zal dit beamen. Een fikse “Auw!” of niet nader te benoemen krachttermen zijn meestal het gevolg. Maar, hoe pijnlijk is het stappen op een LEGO-steentje eigenlijk? Laten we dat eens uit gaan rekenen. We gaan daarbij uit van een stap op het rode blokje in figuur 8. De dopjes van het LEGO-steentje liggen daarbij naar boven gericht.



Fig. 8 Auw! (in wording)

Laten we er vanuit gaan dat we ons volledige gewicht plaatsen op de vier aanwezige dopjes op het steentje. Van deze dopjes hebben we eerder gezien dat deze een diameter hebben van 4,9 mm. Het oppervlak van de bovenzijde van zo'n dopje kunnen we dan eenvoudig berekenen. Dit levert op:

$$A_{\text{dopje,boven}} = \frac{1}{4} \pi d_{\text{dopje}}^2 = \frac{1}{4} \pi \cdot (4,9)^2 = 19 \text{ mm}^2$$

$$A_{\text{dopje,boven}} = 19 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

Laten we in dit voorbeeld uitgaan van een volwassen man met een massa van 80 kg, waarbij we dus de aanname doen dat het volledige gewicht rust op de vier dopjes. De zwaartekracht op de man kunnen we eenvoudig berekenen:

$$F_z = mg = 80 \cdot 9,81 = 785 \text{ N}$$

In de formule voor de zwaartekracht staat F_z voor de zwaartekracht (in N), m voor de massa (in kg) en g voor de valversnelling ($9,81 \text{ m/s}^2$). De normaalkracht die het steentje uitoefent op de man is daarmee ook gelijk aan 785 N. Deze normaalkracht vormt, volgens de derde wet van Newton, een krachtenkoppel met de gewichtskracht en dus kent ook deze gewichtskracht een grootte van 785 N. Voor de grootte van de krachten geldt dus:

$$F_z = F_N = F_G = 785 \text{ N}$$

Ik hecht er waarde aan expliciet te benoemen dat het de gewichtskracht is die op het blokje werkt en dus uitdrukkelijk niet de zwaartekracht. Voor leerlingen is dit immers een veelvoorkomend begripsprobleem en dan is het zaak de krachtwerking in deze situatie zo expliciet mogelijk te benoemen. Door de grootte van de zwaartekracht immers toe te passen, ontstaat wel het juiste antwoord, maar niet het correcte conceptuele begrip.

Nu bekend is welke kracht er op de vier dopjes van het LEGO-steentje werkt en wat hiervan het oppervlak is, kan de druk berekend worden die op (de vier dopjes van) het LEGO-steentje wordt uitgeoefend. Hiervoor gebruiken we de welbekende formule voor druk:

$$p = \frac{F}{A}$$

In deze formule staat p voor de druk (in Pa), F voor de kracht (in N) en A voor het oppervlak (in m^2). Invullen van deze formule geeft:

$$p = \frac{F_G}{4 \cdot A_{\text{dopje, boven}}} = \frac{785}{4 \cdot 19 \cdot 10^{-6}} = 1,0 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$

Dit is een aanzienlijke waarde, ongeveer een factor 100 groter dan de luchtdruk op zeeniveau (10^5 Pa). Daarom doet dat dus zo'n pijn (en dan vergeten we voor het gemak de scherpe randjes nog). Auw!

LEGO-formules

Formules zijn de schrik van menig leerling die in de les natuurkunde zit. Daar waar de meeste leerlingen bepaalde natuurkundige verschijnsel best kunnen doorgronden en verbanden tussen bepaalde grootheden best in weten te zien, blijft de representatie van deze verbanden in formulevorm voor sommige leerlingen onoverkomelijk complex. Dat is jammer, want daarmee worden leerlingen belemmerd in hun leren.

Voor natuurkundigen is het geheel vanzelfsprekend dat voor verschillende grootheden verschillende symbolen worden gebruikt en dat de verbanden die tussen grootheden bestaan worden samengevat in de vorm van een formule. Voor leerlingen ligt hier echter een grote mate van complexiteit. Als eerste, dienen zij de grootheid goed begrepen te hebben en de verbinding met de bijbehorende eenheid te kunnen doorzien. Vervolgens dienen leerlingen de verbanden (veelal recht evenredig of omgekeerd evenredig; dat zijn wel de meest voorkomende verbanden) in te zien en dat kan in bepaalde gevallen best ingewikkeld zijn. Tot slot vatten we allerlei kennis over grootheden, de bijbehorende eenheden en de verbanden ertussen samen in een wiskundige vergelijking. Heel erg vreemd is het niet dat een redelijk grote groep leerlingen ergens onderweg het spoor bijster raakt. En dan moeten de leerlingen de formules ook nog op allerlei manieren om weten te rekenen om de gevraagde grootheden te kunnen achterhalen. Laten we eens onderzoeken of LEGO-steentjes ons (of eigenlijk de leerlingen) daarbij kunnen helpen om in elk geval een (klein) stuk(je) van het probleem dat formules oproepen (een klein beetje) weg te nemen.

Ik introduceer hiertoe een vijftal LEGO-steentjes. Daarbij kies ik voor vier verschillend gekleurde (2×2)-steentjes en een (1×1)-steentje zoals te zien is in figuur 9. Deze LEGO-steentjes worden de

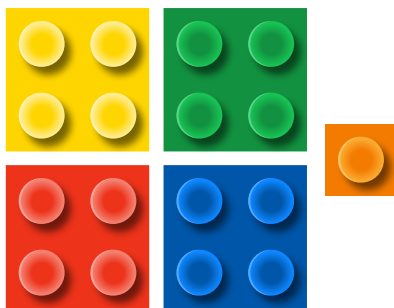


Fig. 9 LEGO bouwstenen voor formules

bouwstenen van formules. In de formules gaan we dan niet meer werken met symbolen, maar met LEGO-steentjes. De hoop bestaat dat door de context wat weg te nemen voor de leerlingen er meer focus komt te liggen op de benodigde wiskundige handelingen en dat hiermee een stuk extra oefening gecreëerd kan worden. Laat ik een voorbeeld introduceren.

Het concept dichtheid wordt vaak geïntroduceerd in de tweede klas en er wordt verondersteld dat leerlingen dit redelijk eenvoudig moeten kunnen doorgronden. Vaak komen de leerlingen conceptueel een heel eind, maar ontstaan er problemen als er een formule voor het voetlicht verschijnt en er gerekend moet gaan werken. Zoals bekend, luidt de formule voor dichtheid als volgt:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

In deze formule staat ρ voor de dichtheid (in kg/m³), m voor de massa (in kg) en V voor het volume (in m³). De opgaven die leerlingen hiermee moeten maken zijn eigenlijk steeds hetzelfde. Twee van de drie grootheden worden gegeven en de derde, nog onbekende grootheid, moet berekend worden. Als de massa en het volume gegeven zijn, lukt dat doorgaans wel, want daarvoor is de formule handig opgesteld. In de twee andere situaties, dus de dichtheid en de massa gegeven of de dichtheid en het volume gegeven, zal de leerling eerst wat met de formule moeten rommelen alvorens tot een uitkomst te komen. Sommige leerlingen (maar ook docenten) leren zichzelf aan dat er nog twee varianten van deze formule bestaan, die dan gekozen kunnen worden in een gegeven situatie. Deze varianten zijn bekend:

$$m = \rho V \quad \text{en} \quad V = \frac{m}{\rho}$$

Om te komen tot de uitkomsten voor massa of volume is dit een efficiënte methode, maar erg wetenschappelijk en didactisch verantwoord is het natuurlijk niet. Op deze manier wordt een leerling immers geconfronteerd met drie formules, die allemaal uit het hoofd geleerd moeten worden. En we hadden eerder geconstateerd dat het werken met formules voor leerlingen een complexe bezigheid is en

daar staat het introduceren van nog meer formules dan wel haaks op. Dat gaan we dus anders doen en wel met LEGO. Hierbij gaan we uit voor de eerst gegeven formule voor dichtheid, want deze geeft immers de definitie van de grootheid het beste weer. In figuur 10 is de formule voor dichtheid in LEGO-steentjes te zien. Het groene steentje staat voor de dichtheid, het gele steentje voor de massa en het rode steentje voor het volume. Het doel is om de LEGO-formule om te gaan schrijven in de drie eerder gepresenteerde vormen. De LEGO-steentjes in de formule worden daarbij verplaatst van de ene zijde van het =-teken naar de andere zijde van het =-teken. Om de formule om te kunnen schrijven, introduceer ik twee (of eigenlijk maar een) regel(s):

1. Een steentje dat aan de ene zijde boven de deelstreep staat, verschijnt aan de andere zijde onder de deelstreep.
2. Een steentje dat aan de ene zijde onder de deelstreep staat, verschijnt aan de andere zijde boven de deelstreep.

De goede lezer zal opmerken dat het hier niets anders dan kruislings vermenigvuldigen betreft en dat is ook precies de methode die we nodig hebben. Ik zorg er in eerste instantie wel voor dat er links en rechts van het =-teken een breuk staat, want dat maakt het verplaatsen van de steentjes makkelijker en logischer. In de LEGO-formule van figuur 10 is dat nog niet gerealiseerd en dus introduceer ik een nieuwe formule, zoals te zien is in figuur 11.

In een oogopslag is te zien dat het kleine (1 × 1)-steentje in de formule verschenen is. Dit is een onderdeel van de formule dat verder geen inhoudelijke betekenis heeft. In een echte formule zou dit het getal “1” zijn. Er is nu wel gerealiseerd dat aan beide zijden van het =-teken een breuk staat, waarna we LEGO-steentjes kunnen gaan verplaatsen.

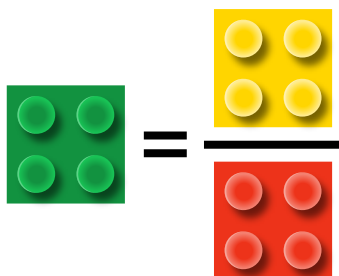


Fig. 10 De formule voor dichtheid in LEGO-steentjes

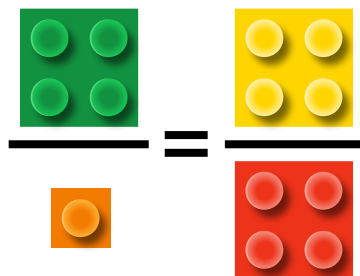


Fig. 11 Een nieuwe versie van de formule voor dichtheid in LEGO

We verplaatsen het groene steentje van boven de deelstreep links van het =-teken naar onder de deelstreep rechts van het =-teken. Daarna verplaatsen we het rode steentje van onder de deelstreep rechts van het =-teken naar boven de deelstreep links van het =-teken. Voor het gemak zijn deze stappen tegelijkertijd uitgevoerd en staat het resultaat weergegeven in figuur 12. Het kleine oranje steentje had echter geen betekenis en kunnen we dus ook weer schrappen. Het eindresultaat staat weergegeven in figuur 13, waarmee we een nieuwe variant voor de formule voor de dichtheid hebben opgesteld. Nu kan ik me voorstellen dat het lastig is om de koppeling tussen de gekleurde LEGO-steentjes en de grootheden uit de formule voor de dichtheid vast te houden. Dus voor de zekerheid, het gaat hier om de variant van de formule die luidt:

$$V = \frac{m}{\rho}$$

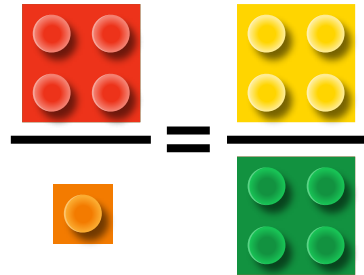


Fig. 12 Gewisselde LEGO-steentjes in de formule voor de

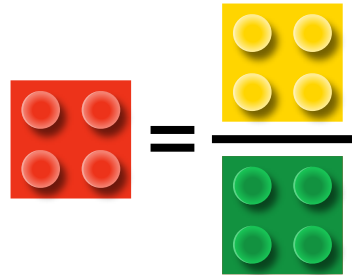


Fig. 13 Een nieuwe variant van de formule voor dichtheid in LEGO

Het spreekt voor zich dat we dan voor de volledigheid ook op zoek gaan naar de andere variant. We gaan daarbij weer uit van de oorspronkelijke formule in figuur 11. Daarna verplaatsen we het rode steentje dat rechts van het =-teken onder de deelstreep staat naar links en conform de afgesproken spelregels komt het daar boven de deelstreep terecht. Het groene steentje dat hier al staat, laten we staan en tussen de twee steentjes komt

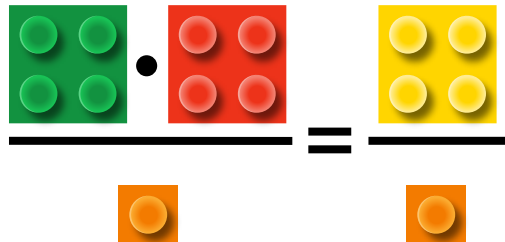


Fig. 14 Nog een nieuwe versie van de formule voor dichtheid in LEGO

een vermenigvuldiging te staan. Het resultaat staat weergegeven in figuur 14. De nutteloze oranje steentjes kunnen weer verwijderd worden. Dat levert het resultaat op van figuur 15 en daarin is de volgende versie van de formule voor de dichtheid eenvoudig te herkennen:

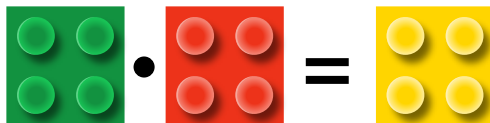


Fig. 15 Nog een nieuwe variant van de formule voor dichtheid in LEGO

$$m = \rho V$$

Laat ik wat beknopter ingaan op een tweede voorbeeld in een situatie waarbij er sprake is van een formule met vier grootheden in de vorm van de formule voor de warmte die kan worden toegevoerd of afgevoerd aan een bepaalde stof. Deze formule luidt:

$$Q = mc\Delta T$$

In deze formule staat Q voor de warmte (in J), m voor de massa (in kg), c voor de soortelijke warmte (in J/kg·K) en ΔT voor het temperatuurverschil (in K). Ook deze formule gaan we vertalen in LEGO-taal. De warmte Q wordt voorgesteld door een blauw steentje, de massa m door een groen steentje, de soortelijke warmte c door een rood steentje en het temperatuurverschil ΔT door een geel steentje. Het resultaat is te zien in figuur 16.

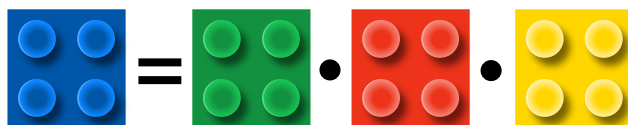


Fig. 16 De formule voor warmte in LEGO-steentjes

Eerder heb ik twee spelregels geïntroduceerd waarin het omzetten van formules zou moeten voldoen en ook die regels zijn hier prima te hanteren. Daartoe moeten we wel links en rechts van het =-teken een

breuk realiseren en dat is nog steeds mogelijk door de nutteloze oranje (1×1) -steentjes toe te voegen. Dit is gedaan in figuur 17.

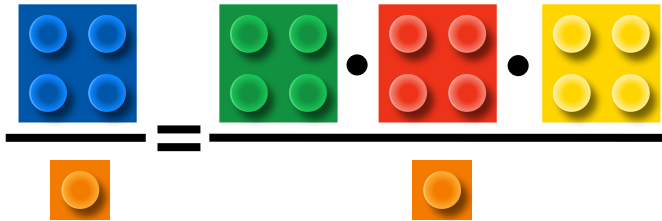


Fig. 17 De formule voor warmte in LEGO-steentjes en met breuken

In de formule voor de warmte staat ook de soortelijke warmte opgenomen. Leerlingen leren vaak de definitie van deze grootte en het is didactisch sterk deze definitie voor de leerlingen dan te vertalen in formulevorm. We gaan de formule dus opstellen voor de soortelijke warmte en daartoe moeten we het rode LEGO-steentje dus vrij schrijven. Als we figuur 17 goed bestuderen, betekent dit dat het groene en het gele steentje eigenlijk “in de weg” staan, dus deze moeten verplaatst worden naar de andere zijde van het $=$ -teken. Hier komen ze dan, conform de opgestelde spelregels, terecht onder de deelstreep. Het resultaat is te zien in figuur 18. Het nutteloze oranje steentje kunnen we wel weer verwijderen. Hiermee ontstaat de formule, zoals te zien is in figuur 19. Deze figuur is een representatie van:

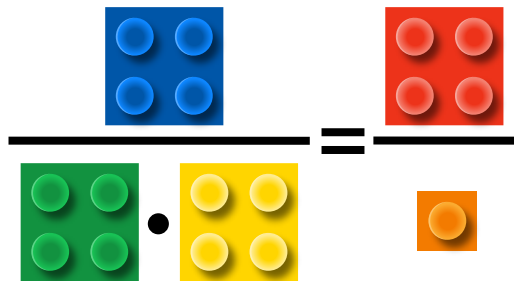


Fig. 18 Gewisselde LEGO-steentjes in de formule voor warmte

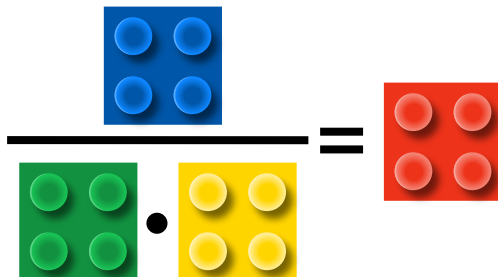


Fig. 19 De formule voor soortelijke warmte in LEGO-steentjes

$$c = \frac{Q}{m\Delta T}$$

Zoals in het begin van deze paragraaf al gememoreerd, is het berekenen van grootheden uit een formule voor veel leerlingen geen sinecure. De hier beschreven methode met LEGO-steentjes haalt min of meer de context waarin de formule geldig is weg en worden de grootheden die in de formule aan de orde zijn (even) vergeten. Op die manier kan er bij de leerlingen een bepaalde mate van focus ontstaan op het rekenen met formules. Als leerlingen in staat zijn zich deze vaardigheid aan te leren, kan er daarna een wereld voor hen open gaan als het weer om de natuurkundige inhoud gaat. Dit stukje wiskunde is nu eenmaal een noodzakelijk kwaad.

Verstoppe LEGO

Voor het schrijven van deze paragraaf besef ik me terdege dat een schriftelijke weergave van dit vakdidactische idee mogelijk niet zo goed overkomt. Dit moet je ervaren. Toch kies ik ervoor wel een beschrijving te geven, zodat de lezer zelf kan bepalen wat er wel of niet mee te doen.

In figuur 20 is een aantal kunststof cilinders te zien. De cilinders zijn stevig dicht gelijmd en dus niet te openen. In de cilinders bevinden zich een of een aantal LEGO-steentjes. Wat er precies inzit, is voor de leerlingen niet



Fig. 20 Cilinders met daarin LEGO verstopt

bekend, maar ze krijgen wel de opdracht dit te achterhalen op welke manier dan ook. De enige spelregel die geldt, is dat het niet is toegestaan de cilinders te openen of stuk te maken. Vragen die aan de leerlingen gesteld kunnen worden, zijn bijvoorbeeld:

1. Hoeveel LEGO-steentjes zitten er in een cilinder?
2. Hoe groot zijn de LEGO-steentjes die in een cilinder zitten?
3. Wat is de vorm van de LEGO-steentjes die in een cilinder zitten?
4. Welke kleur hebben de LEGO-steentjes die in een cilinder zitten?
5.

Vervolgens kunnen de leerlingen aan de slag met experimenteren. Ze kunnen met een cilinder schudden, ze kunnen een cilinder laten rollen, ze kunnen de cilinder kantelen, ze kunnen een cilinder laten vallen, ze kunnen de massa van een cilinder proberen te bepalen, enz. Er zijn tal van mogelijke handelingen die de leerlingen inzicht kunnen geven in de inhoud van een cilinder. Het is aan hen hiermee creatief om te gaan en hun waarnemingen en/of metingen te vertalen naar conclusies. Daarbij besef ik me terdege dat de vraag over de kleur van de LEGO-steentjes in een cilinder volslagen belachelijk is, maar in het vakdidactische doel van deze opdracht wel essentieel.

De vraag aan de leerlingen die in dit experiment namelijk centraal staat is “hoe krijg ik inzicht in verschijnselen die ik niet met de beschikbare zintuigen kan waarnemen en/of met beschikbare meet-apparatuur kan meten?” De leerlingen kunnen immers niet in de cilinders kijken, dus dat zintuig is uitgeschakeld. Juist visuele observatie geeft voor een natuurkundige essentiële informatie. De opdracht kan voor sommige leerlingen dan ook behoorlijk frustrerend zijn, maar dat is juist het gevoel dat je op wil wekken om hen het inzicht en gevoel te geven dat het vergaren van kennis niet altijd even eenvoudig en vanzelfsprekend is.

De onderliggende gedachte is daarbij bijvoorbeeld de wijze waarop natuurkundigen inzicht hebben ontwikkeld in verschijnselen waarbij een vergelijkbare moeilijkheid aan de orde is. De ontwikkeling van het atoommodel en de aanpassingen daarop vormen daarbij wellicht het sterkste voorbeeld.

LEGO-autootje

Geef een kind wat blokjes LEGO en wat wieltjes en waarschijnlijk is het eerste dat gebouwd wordt een autootje of iets dat daarop lijkt. In figuur 21 zijn twee voorbeelden te zien. En aangezien een autootje makkelijk in beweging te brengen is, is het bij uitstek geschikt om ermee te experimenteren. Over het algemeen lopen de wieltjes



Fig. 21 Een eenvoudig en een minder eenvoudig LEGO-autootje.

van LEGO redelijk soepel en dat beperkt de wrijvingskrachten. Daarvan kunnen we gebruik maken door een dergelijk autootje van een helling te laten rollen. Er ontstaat daarbij vanzelf een versnelde beweging. Van een dergelijke beweging kan een (plaats,tijd)-diagram worden opgesteld, waarna er aan het diagram gerekend kan worden. Er kan bijvoorbeeld gedacht worden aan het aftekenen van de positie van het autootje op een schuin geplaatst oppervlak, bijvoorbeeld een tafel. Op elke 10 cm kan een stukje tape geplakt worden om de positie mee aan te duiden. Over een afstand van een meter kunnen dan al een tiental metingen gedaan worden, wat een heel aardig beeld geeft van de relatie tussen de positie van het autootje en de tijd waarop het autootje een bepaald punt op de helling passeert. Daarbij ontstaat een mooie gelegenheid leerlingen te confronteren met het belang van het herhalen van eenzelfde meting om tot een nauwkeuriger resultaat te komen. Twee (bijna) gelijke metingen is vaak al voldoende en als dat niet het geval is, volgt een derde (of vierde, vijfde, enz.) meting.

Er ontstaat een set meetresultaten voor de afstand x (in cm of m) en de tijd t (in s), waarna het maken van een (x,t) -diagram niet moeilijk meer is. Als tijdens de beweging de wrijvingskrachten (nagenoeg) te verwaarlozen zijn, zal er een paraboolvormig diagram ontstaan. Zijn er echter toch wrijvingskrachten aan de orde (en dat valt wel te

verwachten), dan zal de parabool na verloop van tijd overgaan in een rechte lijn. Aan leerlingen kunnen dan allerlei vragen worden gesteld en/of opdrachten worden gegeven. Een vraag over het type beweging, versneld of met constante snelheid, ligt dan wel het meest voor de hand. Ook de leerlingen laten bepalen op welk tijdstip de maximale snelheid bereikt wordt en wat deze maximale snelheid dan is, is zeer aan te raden. Als de leerlingen deze twee gegevens hebben, is het zelfs mogelijk om de (gemiddelde) versnelling van het autootje te berekenen. De leerlingen passen daarbij de volgende formule toe:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{\max}}{t_{\max}}$$

In deze formule staat a voor de versnelling (in m/s^2), Δv voor het snelheidsverschil (in m/s), Δt voor het tijdsinterval (in s), $v_{\max}$ voor de maximaal bereikte snelheid (in m/s) en $t_{\max}$ voor het tijdstip waarop de maximale snelheid bereikt wordt. Hierbij wordt er vanuit gegaan dat de beweging eenparig versneld is en start vanuit stilstand. In het geval van een LEGO-autootje op een helling is dat geen onlogische aanname.

Tot dusver weinig nieuws en spannends onder de zon. Het voorgaande betrof een redelijk standaard en eenvoudig experiment in het kader van bewegingsanalyse. Laten we het geheel nu eens wat uitbreiden en met dezelfde opstelling de valversnelling g ($9,81 \text{ m/s}^2$) eens gaan bepalen. Daartoe doen we de aanname dat er sprake zal zijn van een eenparig versnelde beweging. De plaatsfunctie voor een dergelijke beweging luidt:

$$x = \frac{1}{2} at^2$$

In deze formule staat x voor de plaats van het, langs de helling rijdende, LEGO-autootje (in m), a voor de versnelling (in m/s^2) en t voor de tijd (in s).

Laten we nu ook eens naar de krachtwerking kijken op het LEGO-autootje als dit langs de helling naar beneden beweegt. Hierbij verwaarlozen we de wrijvingskracht, want we gaan er immers vanuit

dat er sprake zal zijn van een eenparig versnelde beweging. Op het wagentje werken dan alleen een zwaartekracht F_z en een normaalkracht F_N . In figuur 22 is de krachtwerking getekend, omwille van tekengemak is het wagentje daarin voorgesteld als een bolletje. De zwaartekracht F_z in figuur 22 kan ontbonden worden in een component langs de helling $F_{z,x}$ en een component loodrecht op de helling $F_{z,y}$. De normaalkracht F_N en de component van de zwaartekracht loodrecht op de helling $F_{z,y}$ zijn daarbij even groot en spelen geen rol in de beweging van het LEGO- autootje. De resulterende kracht op het autootje wordt gevormd door de component van de zwaartekracht langs de helling $F_{z,x}$. Deze kan berekend worden met behulp van de zwaartekracht en de hellingshoek, volgens de volgende formule:

$$F_{z,x} = F_z \sin \alpha$$

De component van de zwaartekracht langs de helling vormt daarmee dus de resulterende kracht op het LEGO-autootje. In de bovenstaande formule kunnen nu de tweede wet van Newton ($F_r = ma$) en de formule voor de zwaartekracht ($F_z = mg$) worden ingevuld. Dit levert het volgende resultaat op:

$$ma = mg \sin \alpha \quad \rightarrow \quad a = g \sin \alpha$$

In deze uitdrukking staat a voor de versnelling (in m/s^2), g voor de valversnelling ($9,81 \text{ m/s}^2$) en α voor de hellingshoek (in $^\circ$). De afgeleide uitdrukking stelt echter ook dat er een recht evenredig verband bestaat tussen de versnelling van het LEGO-autootje langs de

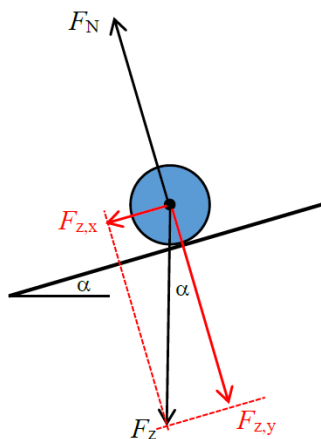


Fig. 22 De krachtwerking op een LEGO-autootje op een helling

helling en de sinus van de hellingshoek. Laten we daar nu mooi aan kunnen meten!

De versnelling kunnen we immers bepalen door er vanuit te gaan dat de beweging eenparig versneld is. Als we dan de lengte van de helling kennen en de tijd die het autootje nodig heeft om de betreffende afstand af te leggen meten, kunnen we de versnelling eenvoudig berekenen. Hierbij is weer zeer aan te bevelen de meting een aantal maal te herhalen, want meeton nauwkeurigheden liggen vanzelfsprekend op de loer. Ook de hellingshoek kan bepaald worden, bijvoorbeeld door de hoogte van de helling en de lengte van de helling te combineren middels een sinus.

De hellingshoek kan gevarieerd worden door de hoogte van de helling aan te passen. Hiermee verandert ook de versnelling van het autootje. In de formule voor het verband tussen de versnelling en de sinus van de hellingshoek is op te maken dat er

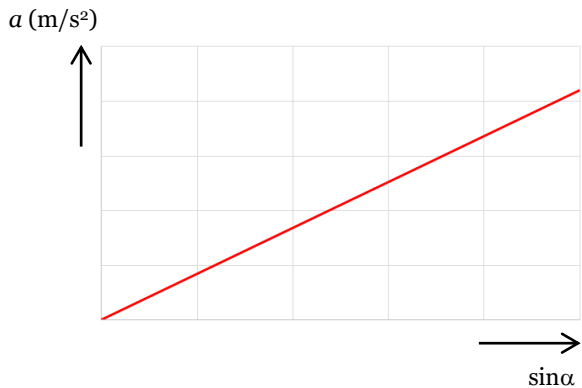


Fig. 3 De versnelling van het LEGO-autootje uitgezet tegen de sinus van de hellingshoek.

sprake zal zijn van een recht evenredig verband en dit levert een grafiek op, gelijkend op de grafiek van figuur 23. Uit de richtingscoëfficiënt van deze grafiek volgt de valversnelling.

Nu zal het in de praktijk natuurlijk zo zijn dat wrijvingskrachten in dit experiment helemaal niet te verwaarlozen zijn. De leerlingen zullen dus waarschijnlijk helemaal geen waarde vinden die vlak in de buurt ligt van de theoretische waarde voor de valversnelling ($9,81 \text{ m/s}^2$) en dat is ook helemaal niet erg. Juist dat aspect maakt deze proef zo interessant. Door wrijvingskrachten zal de waarde voor de valversnelling immers (veel) lager uitvallen dan theoretisch te verwachten valt en daarover kunnen leerlingen gefundeerde uitspraken doen. Omdat de situatie niet al te ingewikkeld is en ook de meetprocedure voor de meeste leerlingen redelijk goed te volgen zal

zijn, kan de aandacht gevestigd worden op randvoorwaarden die het eindantwoord van het experiment (kunnen) beïnvloeden. Hier zijn dat de (waarschijnlijk) onterecht verwaarloosde wrijvingskrachten en tot dat antwoord moeten veel leerlingen wel kunnen komen.

Hiermee kent het experiment dat beschreven is in het tweede deel van deze paragraaf een aantal, ook didactische, doelen. Zo moeten de leerlingen de achterliggende natuurkunde kunnen begrijpen en kunnen toepassen. Daarnaast moeten zij in staat zijn een set aan meetresultaten te verzamelen en zich bewust worden van de mogelijke meetonnauwkeurigheden die daarbij aan de orde zijn. Tot slot moeten de leerlingen inzien waarom hun eindantwoord niet overeenkomt met de theoretisch te verwachten waarde en welke oorzaken hieraan ten grondslag kunnen liggen. Dat is een heleboel didactiek en meettechniek aan alleen maar een LEGO-autootje!

LEGO-tensegrity

Om maar meteen met de deur in huis te vallen, het bouwwerk dat te zien is in figuur 24 wordt ook wel een “tensegrity” genoemd. Een fatsoenlijke Nederlandse term is niet te vinden voor dit fraaie evenwichtskunstwerk, dus ik houd me maar bij de Engelse benaming. Een tensegrity kan op allerlei mogelijke manieren en met allerlei mogelijke materialen gemaakt worden. Het exemplaar in figuur 24 is vanzelfsprekend gemaakt van LEGO.

In de tensegrity zien we twee beugels die met elkaar verbonden zijn met drie kettinkjes. Vanwege de vorm van de beugels en de juiste positionering van de kettinkjes blijft het geheel in evenwicht. Hoewel daarbij wel vermeld moet worden dat het geheel redelijk instabiel is. Een klein stootje tegen de bovenste beugel laat het bouwwerk als snel instorten, waarna het overigens wel weer snel in een (labiel) evenwicht terug te brengen is.

We gaan een poging doen de krachten te tekenen die werkzaam zijn op de tensegrity. Dat is voor ons als docenten al geen eenvoudige exercitie en is dus ook voor leerlingen een gigantische, maar wel mooie uitdaging. Laat ik met de onderste beugel beginnen. Op deze beugel werkt uiteraard de zwaartekracht. De plek waar deze aangrijpt vinden, is al een flinke uitdaging, want het is te zien dat er geen sprake is van een mooi symmetrisch gevormd object. De onderste beugel staat op een ondergrond en dus werkt er een normaalkracht, dat is niet zo moeilijk. Ook in de kettinkjes werken krachten. Laat ik deze, omwille van gemak en herkenbaarheid, maar spankrachten noemen. We hebben twee krachten in de lange kettinkjes zitten en een kracht in het korte kettinkje. Door naar de bovenste beugel. Ook hierop werkt een zwaartekracht, waarbij de bepaling van de ligging van het zwaartepunt van deze beugel nog een stuk lastiger is dan het geval was in de onderste beugel. Verder werken er op deze beugel weer twee spankrachten vanuit de lange kettinkjes en een spankracht vanuit het



Fig. 24 LEGO tensegrity

korte kettinkje. Ik realiseer me terdege dat dit een heleboel informatie is en dus gaan we dit eens tekenen in een figuur. Het resultaat is te zien in figuur 25. Met rode vectoren zijn de krachten getekend op de onderste beugel en met blauwe vectoren de krachten op de bovenste beugel.

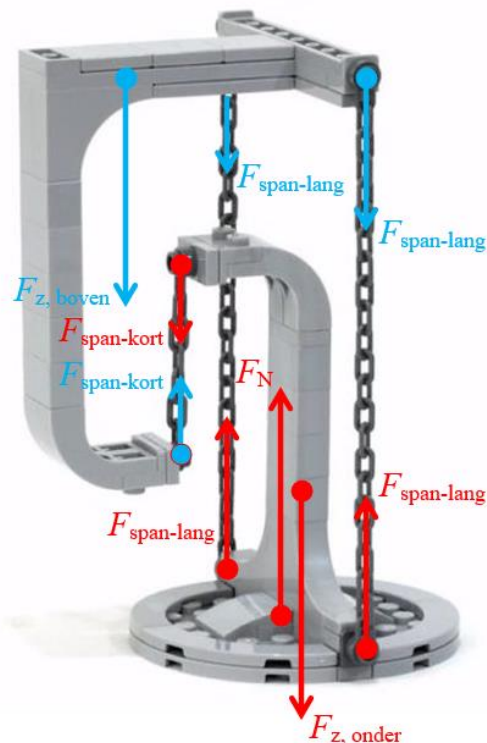


Fig. 25 Krachtwerking op de LEGO tensegrity

Bij figuur 25 dient te worden opgemerkt dat de krachtvectoren niet in verhouding tot elkaar getekend zijn. De grootte van de vector is steeds willekeurig bepaald, omwille van overzichtelijkheid, wel met die kanttekening dat de vectoren voor de spankrachten in hetzelfde kettinkje wel steeds ook dezelfde grootte hebben.

En nu is natuurlijk de vraag of we ook de grootte van de krachten kunnen berekenen en juist dat is razend ingewikkeld. De beide zwaartekrachten kunnen nog wel berekend worden door de massa van

de betreffende beugel te bepalen, maar de andere krachten zijn niet direct meetbaar en/of te berekenen. Wel is bekend dat de resulterende kracht op zowel de onderste als de bovenste beugel 0 N zal zijn en dat de krachten in gelijke kettinkjes ook gelijk zullen zijn, maar dan nog is er net te weinig informatie. Probeer het maar eens!

LEGO-brick-seperator

Iedereen die weleens met LEGO een bouwwerk gemaakt heeft, weet het. LEGO-steentjes laten zich eenvoudig aan elkaar schakelen, maar als ze eenmaal vast zitten, dan zitten ze ook echt vast. In deze paragraaf hebben we het daarom over een zogenaamde “LEGO-brick-seperator”, zoals te zien is in figuur 26. Ik kies daarbij toch maar voor de Engelse benaming, want een “LEGO-steentjes-uit-elkaar-trek-apparaat” is wel een hele mond vol.



Fig. 26 LEGO-brick-seperator

Het fraaie aan dit mooie stukje techniek is dat de LEGO-brick-seperator op drie verschillende manieren is toe te passen, waarbij in alle gevallen gebruik wordt gemaakt van hefboomwerking. In figuur 27 is de stand van de LEGO-brick-seperator weergegeven als deze gebruikt wordt om een steentje aan de bovenzijde los te wrikken.

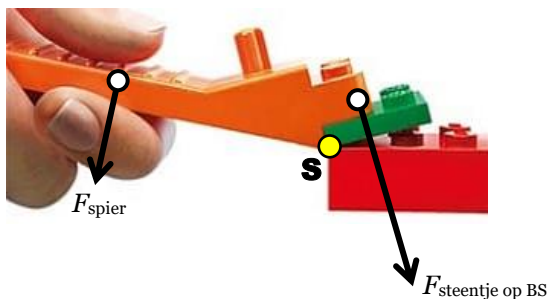


Fig. 27 LEGO-brick-seperator, positie 1

De krachten die in de positie van figuur 27 werken op de LEGO-brick-seperator zijn getekend, weliswaar niet in verhouding tot elkaar. Ook het draaipunt S in deze situatie is aangegeven, waarbij snel herkend zal worden dat het hier een hefboom betreft. De armen van de krachten zijn uit de foto en/of door gebruik van een echte LEGO-brick-seperator redelijk eenvoudig te bepalen, waarmee via de hefboomwet ook de verhouding tussen de twee getekende krachten berekend kan

worden. Over de aangrijpingspunten van de beide krachten kan volop gediscussieerd worden en het is ook aan te bevelen de leerlingen dit te laten doen. In figuur 28 is de stand van de LEGO-brick-seperator weergegeven als deze gebruikt wordt om een steentje aan de onderzijde los te wrikken.

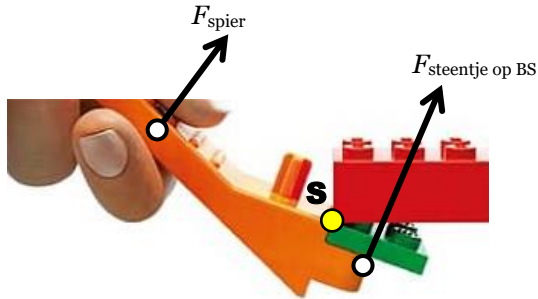


Fig. 28 LEGO-brick-seperator, positie 2

De krachtwerking en de ligging van het draaipunt is bij het gebruik van de LEGO-brick-seperator op de manier van figuur 28 sterk vergelijkbaar zoals besproken voor de positie uit figuur 27. Tot slot, is in figuur 29 de stand van de LEGO-brick-seperator weergegeven als deze gebruikt wordt om een steentje los te wippen van een ander steentje. De andere zijde van het gereedschap wordt daarbij gebruikt.

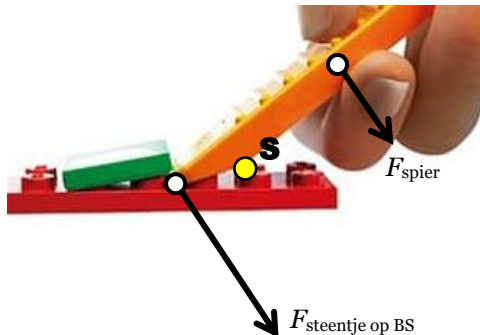


Fig. 29 LEGO-brick-seperator, positie 3

Ook in figuur 29 zijn de werkende krachten en de ligging van het draaipunt aangegeven en ook in deze positie ontstaat hierin een vergelijkbare situatie als dat het geval was in de figuren 27 en 28.

Daarbij dient te worden opgemerkt dat de krachten die getekend zijn in de figuren 27, 28 en 29 steeds de krachten zijn die werkzaam zijn op de hefboom, dus op de LEGO-brick-seperator. Het is heel goed mogelijk en zelfs te verwachten dat leerlingen de kracht die het los te wrikken steentje ondervindt, zullen tekenen. Op zich is dat geen onlogische gedachte en zelfs de juiste kracht als het gaat om het belang van het losmaken van het steentje. De LEGO-brick-seperator oefent immers een kracht uit op het steentje, maar dat betekent dat het steentje ook een kracht uit zal uitoefenen op de hefboom. Deze laatste kracht is dan werkzaam op de hefboom en dus toe te passen in de hefboomwet. In figuur 30 is de situatie van figuur 29 nogmaals weergegeven, alleen is nu ook de kracht die op het steentje werkt (en waar het dus eigenlijk om gaat bij het gebruik van het werktuig), getekend.

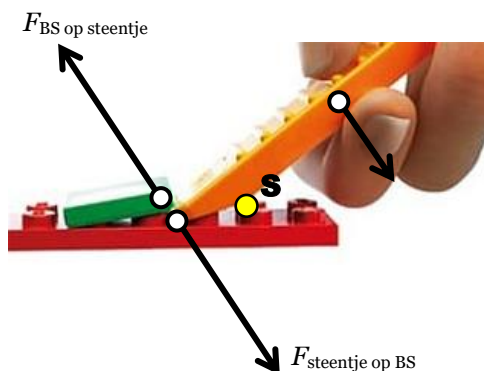


Fig. 30 Een kracht op het steentje en een kracht op de LEGO-brick-seperator

Hiermee hebben we dus een fraaie toepassing van de derde wet van Newton te pakken.

Newton met LEGO

De wetten van Newton vormen wellicht de basis van de natuurkunde en kennen om die reden in elk schoolboek dan ook een prominente plek. Het ontwikkelen van een stuk conceptueel begrip in de wetten van Newton is een belangrijke taak van elke docent natuurkunde. Inzicht in de krachtwerking op een bepaald voorwerp en de gevolgen daarvan op de beweging van het voorwerp geeft immers een cruciaal inzicht. Het tonen van toepassingen van de wetten van Newton is daarbij een slimme strategie. Het nadeel daarbij is echter het optreden van allerlei wrijvingskrachten, want om echt inzicht te krijgen in de wetten van Newton (of dan in elk geval de eerste en de tweede wet), is het zaak de wrijving zoveel mogelijk weg te nemen. Daarvoor wordt op scholen veelal de vermaledijde luchtkussenbaan gebruikt, een fantastisch stukje techniek, maar een crime om de opstelling te optimaliseren. Dat ding staat immers nooit fatsoenlijk waterpas en dan moet toch elke keer weer aan de leerlingen worden uitgelegd dat hetgeen ze waarnemen (een langzaam bewegende ruiter op een horizontaal geplaatste luchtkussenbaan) eigenlijk niet helemaal klopt. Laat ik mezelf eens de opdracht geven de experimenten met de luchtkussenbaan te vertalen naar een LEGO-variant.

De eerste wet van Newton stelt dat op voorwerp dat stilstaat of beweegt met een constante snelheid geen resulterende kracht werkzaam is. Met LEGO ontstaat daarbij meteen een probleem, want hiermee kunnen we de wrijvingskrachten niet weghalen (waar dat met een luchtkussenbaan in grote mate wel lukt), dus daar gaat mijn idee al mank. Stilstaande situaties kunnen uiteraard in overvloed bekeken worden. Alleen al de krachtwerking beschouwen op een stilstaand LEGO-steentje is een toepassing van de eerste wet van Newton. Alleen zitten daar nou net niet de misconcepten bij leerlingen. Deze zitten meer op het vlak van de tegen-intuïtieve relatie tussen het bewegen met constante snelheid en een resulterende kracht gelijk aan 0 . LEGO laat ons hier dus helaas in de steek.

Meer kans is er bij de tweede wet van Newton. Deze stelt dat er een recht evenredig verband bestaat tussen de resulterende kracht op een bewegend voorwerp en de versnelling van dat voorwerp. De massa van het voorwerp is daarbij de verbindende factor. In formulevorm kan de

tweede wet van Newton op de volgende manier fraai worden samengevat:

$$F_r = ma$$

In deze formule staat F_r voor de resulterende kracht (in N), m voor de massa (in kg) en a voor de versnelling (in m/s^2). Het standaard experiment dat wordt gebruikt om de verbanden in de tweede wet van Newton aan te tonen, maakt vaak gebruik van de vermaledijde luchtkussenbaan. Aan de ruitser op de luchtkussenbaan wordt dan een (dun) koord gemaakt. Dit koord wordt over een katrol geslagen en aan het andere uiteinde wordt een (kleine) massa bevestigd. Lijkt deze opstelling niet een beetje op de opstelling, zoals te zien is in figuur 31. De opstelling met de luchtkussenbaan is hier nagebouwd met LEGO. Het gegeven dat wrijvingskrachten in deze LEGO-opstelling niet verwaarloosbaar zijn, moeten we maar accepteren.



Fig. 31 De opstelling voor de tweede wet van Newton in LEGO

De opstelling bestaat uit een LEGO-wagentje, een koord, een katrol en een (of een aantal) LEGO-steentje(s). Voor het gemak is in de opstelling van figuur 31 een echte katrol gebruikt, maar met bijvoorbeeld een LEGO-wieltje zou het ook al kunnen werken.

Het principe van de opstelling is voor leerlingen nog best lastig te doorgronden. Op het hangende LEGO-steentje werkt immers een zwaartekracht en het is deze zwaartekracht die zorgt voor het in beweging brengen van de combinatie wagentje en steentje. De versnelling van het geheel kan bijvoorbeeld bepaald worden door over

een vooraf vastgestelde afstand de tijd te meten en de aanname te doen dat er sprake is van een eenparig versnelde beweging. Het recht evenredige verband tussen de resulterende kracht (de zwaartekracht op het hangende LEGO-steentje) en de versnelling kan dan worden afgeleid. Ook het omgekeerd evenredige verband tussen de massa en de versnelling kan met dezelfde metingen worden vastgesteld. Wat dat betreft, is het experiment identiek aan het standaard experiment met de luchtkussenbaan. Het voordeel is dat de opstelling een stuk makkelijker op te zetten is en met zodanig eenvoudige materialen is ontworpen dat het zelfs geschikt zou kunnen zijn als practicum voor leerlingen. Het enige nadeel is dat wrijvingskrachten niet te verwaarlozen zijn, maar een kniesoor die daarop let.

Door met de derde wet van Newton. Deze stelt dat als een voorwerp A een kracht uitoefent op een voorwerp B, dit voorwerp B ook een kracht uitoefent op dat voorwerp A. Beide krachten hebben dezelfde grootte en zijn tegengesteld gericht. Voor leerlingen is het dan vaak nog even zaak expliciet te vermelden dat de krachten elkaar niet op zullen heffen, omdat ze immers werkzaam zijn op verschillende voorwerpen. Ook deze wet wordt vaak aangetoond door gebruik te maken van de luchtkussenbaan, maar juist dat wilde ik vervangen door LEGO.

Van het wagentje uit de opstelling voor de tweede wet van Newton (figuur 31) kunnen we er natuurlijk ook twee maken. Vanzelfsprekend kies ik voor het tweede exemplaar dan voor een andere kleur, zie figuur 32. Aan beide wagentjes kan een magneet(je) bevestigd worden (niet te zien in figuur 32). Bij de plaatsing van de magneten is het zaak de twee noordpolen (of zuidpolen) naar elkaar toe te laten wijzen zodat ze elkaar afstoten. De volgende stap is de LEGO-wagentjes op elkaar af laten bewegen. Op een bepaald moment zullen ze botsen, waarbij de magneten er voor zorgen dat de wagentjes niet met elkaar in contact komen en er dus zo weinig mogelijk energie-

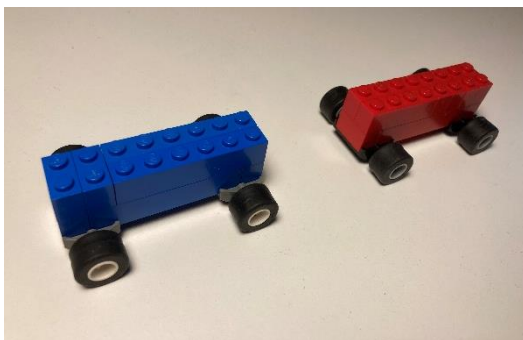


Fig. 32 LEGO-wagentjes voor de derde wet van Newton

verlies op zal treden. En nu is het spelen geblazen. Het rode wagentje staat bijvoorbeeld stil en het blauwe wagentje wordt in beweging gebracht. Na de botsing zal het blauwe wagentje (nagenoeg) stil komen te staan en het rode wagentje in beweging zijn. Op die manier zijn er nog tal van varianten te bedenken. Het is daarbij allemaal niet zo geavanceerd als bij het gebruik van de luchtkussenbaan, maar (geef toe) wel een stuk vrolijker. Zelfs er een leerlingpracticum van maken is een overweging waard.

Atwood met LEGO

Het experiment van Atwood is een van de beroemdste experimenten uit de natuurkunde en een uitstekende methode om de valversnelling mee te bepalen. Het apparaat van Atwood is, in zijn oorspronkelijke vorm, te zien in figuur 33. In het apparaat van Atwood zijn twee van elkaar verschillende massa's met elkaar verbonden via een koord. Dit koord is over een katrol geslagen. In figuur 33 zijn de massa's met a en b aangeduid. Deze massa's verschillen een heel klein beetje van elkaar, waardoor het systeem in beweging zal komen als de massa's niet gefixeerd zijn. Er zal een (constante) versnelling aan de orde zijn en als het verschil in de massa niet al te groot is, kan deze versnelling vrij eenvoudig bepaald worden. Dit kan bijvoorbeeld door de tijd te bepalen die een van de massa's nodig heeft om een bepaalde vastgestelde afstand af te leggen. De versnelling is constant en dus is er sprake van een eenparig versnelde beweging. De plaatsfunctie daarvan luidt (bij een beginsnelheid gelijk aan 0 m/s):

$$x = \frac{1}{2} at^2$$

In deze formule staat x voor de plaats van het voorwerp (in m), a voor de versnelling (in m/s²) en t voor de tijd (in s). Zoals al aangegeven is de versnelling constant en dat betekent, volgens de tweede wet van Newton, dat er ook sprake zal zijn van een constante resulterende kracht. De tweede wet van Newton luidt:

$$F_r = ma$$

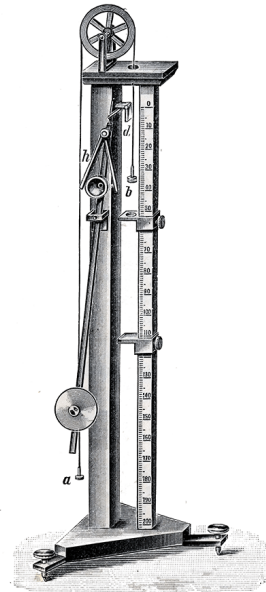


Fig. 33 Apparaat van Atwood

In deze formule staat F_r voor de resulterende kracht (in N), m voor de massa (in kg) en a voor de versnelling (in m/s^2). Laten we maar eens een krachtenanalyse gaan maken in de situatie van het apparaat van Atwood.

In figuur 34 is het apparaat van Atwood nogmaals en schematisch getekend. In de opstelling is een massa m_1 te zien, waarop een zwaartekracht $F_{z,1}$ werkt. Ook is er een massa m_2 waarop een zwaartekracht $F_{z,2}$ werkt. Het koord oefent op beide massa's een spankracht F_{span} uit, maar deze is voor het experiment verder niet van belang en wordt daarom buiten beschouwing gelaten. De massa m_2 is groter dan massa m_1 . Als het geheel dus wordt los gelaten, zal massa m_2 naar beneden bewegen en massa m_1 naar boven bewegen. De massa's bewegen daarbij vanzelfsprekend met dezelfde versnelling, want ze zijn immers met elkaar verbonden via het koord. De resulterende kracht op het systeem van de twee massa's kan berekend worden door de zwaartekracht op massa 2 $F_{z,2}$ te verminderen met de zwaartekracht op massa 1 $F_{z,1}$. In formulevorm wordt dit:

$$F_r = F_{z,2} - F_{z,1}$$

De totale massa die in beweging komt, is de massa m_1 opgeteld bij de massa m_2 . Deze informatie kan gecombineerd worden in de tweede wet van Newton. Dit levert op:

$$F_{z,2} - F_{z,1} = (m_1 + m_2)a$$

De zwaartekracht kan berekend worden door de massa te vermenigvuldigen met de valversnelling. In formulevorm wordt dit:

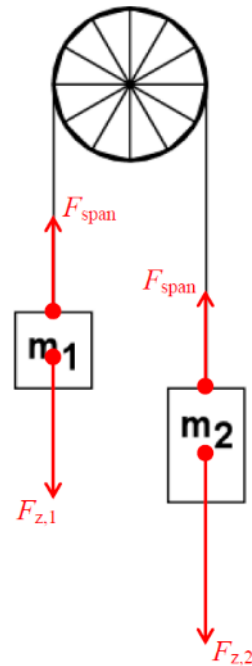


Fig. 34 Krachtwerking in het apparaat van Atwood

$$F_z = mg$$

In deze formule staat F_z voor de zwaartekracht (in N), m voor de massa (in kg) en g voor de valversnelling ($9,81 \text{ m/s}^2$). Invullen van de formules voor de zwaartekrachten in de eerder opgestelde uitdrukking levert het volgende resultaat:

$$\begin{aligned} m_2 g - m_1 g &= (m_1 + m_2) a \\ (m_2 - m_1) g &= (m_1 + m_2) a \end{aligned}$$

Laten we eens kritisch kijken naar deze uitdrukking. De massa's m_1 en m_2 kunnen we eenvoudig bepalen met behulp van een weegschaal. De versnelling die het systeem zal krijgen, kan bijvoorbeeld bepaald worden met behulp van een afgepaste afstand, een gemeten tijd en het gegeven dat er hier sprake is van een eenparig versnelde beweging. Dan hebben we nog de valversnelling g en dat is uiteraard een constante. Laten we de bovenstaande uitdrukking nu eens als volgt schrijven:

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g$$

Op deze manier is er een vergelijking gecreëerd, waarmee het verband zichtbaar wordt tussen onafhankelijke variabelen in de vorm van de massa's m_1 en m_2 en de wijze waarop deze in de uitdrukking gecombineerd zijn en een afhankelijke variabele in de vorm van de versnelling a . Het verband tussen beiden is gegeven door de valversnelling g . Als we dus de versnelling a in een grafiek uitzetten

tegen de uitdrukking $\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}$ ontstaat er een rechte lijn door de

oorsprong. De conclusie die hierbij hoort, is dat er blijkbaar een recht evenredig verband bestaat tussen de versnelling a van het systeem en

de uitdrukking $\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}$. De richtingscoëfficiënt van de ontstane

rechte lijn geeft de valversnelling g . Zie figuur 35 voor de vorm van de grafiek.

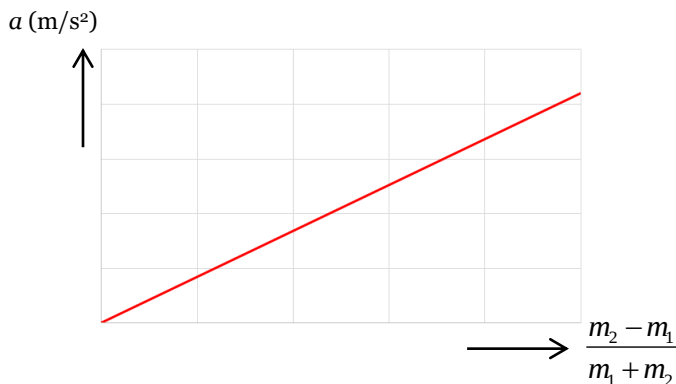


Fig. 35 Een recht evenredig verband in het experiment van Atwood

In het experiment van Atwood is het met de hier beschreven benadering dus zaak om de massa te variëren. En laat dit nu juist met behulp van LEGO-steentjes enorm makkelijk zijn. Door namelijk een aantal LEGO-steentjes met elkaar te combineren tot een wat groter blok (en dat is wel een heel eenvoudig LEGO-bouwwerk om te maken) kunnen de massa's m_1 en m_2 makkelijk worden nagemaakt. Door bij een van de blokken steeds een of een aantal steentjes te verwijderen of toe te voegen, kan de massa in kleine stappen gevarieerd worden en zijn de metingen snel uit te voeren. In figuur 36 is een voorbeeld van een dergelijke opstelling te zien, waarbij het wel nog een kleine uitdaging is het koord goed stevig aan beide blokken bevestigd te krijgen. De verwerking van de meetresultaten vergt vervolgens nog wel wat aandacht, maar zie hier het experiment van Atwood uitgevoerd met LEGO.



Fig. 36 Atwood met LEGO

LEGO-ballon-autootje

Ze zijn op nogal plekken te koop: ballon-autootjes. Plastic autootjes met een niet al te grote massa waarop een ballon bevestigd kan worden. Ook is het mogelijk om met niet al te ingewikkelde middelen een dergelijk autootje in elkaar te knutselen.

Een voorbeeld daarvan is te zien in figuur 37. Door de ballon op te blazen en los te laten, kan het autootje in beweging worden gebracht.

Een opgeblazen, maar niet dicht geknoopte ballon die in de lucht wordt los gelaten, schiet immers ook alle kanten op. Door de ballon aan een autootje te bevestigen, wordt het leeglopen van de ballon in een bepaalde richting gedwongen en neemt de ballon het autootje mee in zijn beweging.

De fysische verklaring met betrekking tot de beweging van het ballon-autootje is uiteraard gebaseerd op de derde wet van Newton. De lucht uit de ballon oefent immers een kracht uit op de stilstaande lucht die zich achter het autootje bevindt. Het gevolg hiervan is dat deze lucht een, even grote maar tegengesteld gerichte, kracht uit zal oefenen op de (lucht in de) ballon. En aangezien de ballon aan het autootje verbonden is, zal het geheel in beweging komen. De derde wet van Newton wordt ook weleens gekarakteriseerd als “actie = reactie”. Zelf ben ik daar geen liefhebber van, omdat dit impliceert dat er eerst een actie-kracht nodig is om de reactie-kracht mee te kunnen realiseren en dat is in de praktijk niet het geval. Beide krachten treden tegelijkertijd op, zijn even groot, tegengesteld gericht en werken op twee verschillende objecten. En toch is het “actie = reactie” principe bij het ballon-autootje nog herkenbaar ook. Leerlingen veronderstellen dan waarschijnlijk dat de kracht die de uitstromende lucht uit de ballon uitoefent op de stilstaande lucht achter het autootje de “actie”-kracht zal zijn. De kracht die de stilstaande lucht achter het autootje dan uitoefent op de (lucht in de) ballon is dan de “reactie”-kracht.

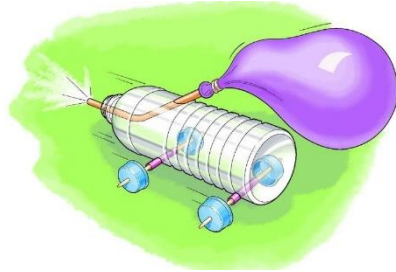


Fig. 37 Een ballon-autootje

Nogmaals, beide krachten treden volledig gelijktijdig op, maar het “actie = reactie” principe is herkenbaar.

Maar goed, we waren met LEGO bezig en aangezien het ballon-autootje in figuur 37 al van eenvoudige middelen gemaakt is, moet het vanzelfsprekend ook mogelijk zijn een dergelijk autootje van LEGO te bouwen, een LEGO-ballon-autootje. Een resultaat van deze huisvlijt is te zien in figuur 38.



Fig. 38 Een LEGO-ballon-autootje

Bij de constructie van een LEGO-ballon-autootje moet er met een aantal zaken wel rekening gehouden worden. De lucht komt met redelijk geweld uit de ballon stromen en dan is het zaak een goed stabiel autootje te hebben met een brede wielbasis. De massa van het autootje mag niet te laag zijn vanwege de stabiliteit, maar mag ook weer niet te groot zijn, anders is er een te grote kracht nodig om het geheel in beweging te krijgen (wat dan weer een voorbeeld is van de tweede wet van Newton). Een niet al te grote massa is bij het gebruik van LEGO uiteraard wel gegarandeerd. De massa van LEGO-steentjes is erg gering. Tot slot is het aan te bevelen de wielen niet al te veel wrijving te laten hebben met de vloer. Ook het vermijden van rolwrijving bevordert de beweging van het LEGO-ballon-autootje.

De ballon kan mooi bevestigd worden tussen twee LEGO-steentjes. Als daarvoor de wat dunnere type steentjes worden gebruikt, werkt dat prima. Probeer het maar eens of, beter nog, laat leerlingen het proberen. Aanpassingen aan het autootje en onderzoeken wat de gevolgen daarvan zijn op de beweging kan veel inzicht geven en vergt van de leerlingen een onderzoekende houding.

LEGO-wagentjes blazen

Er is niets leukers dan het maken van een wagentje met behulp van LEGO. Het is nog leuker als de wagentjes op de een of andere, liefst verrassende, manier in beweging kunnen worden gebracht. Hierbij kunnen we mooi gebruik maken van de geringe massa die LEGO-steentjes hebben. Er is geen hele grote kracht nodig om ze in beweging te brengen. Tegen de wagentjes blazen, kan in bepaalde gevallen al voldoende zijn. In figuur 39 zijn twee uiterst eenvoudige LEGO-wagentjes en een föhn te zien. Dat lijkt een kansrijke combinatie.

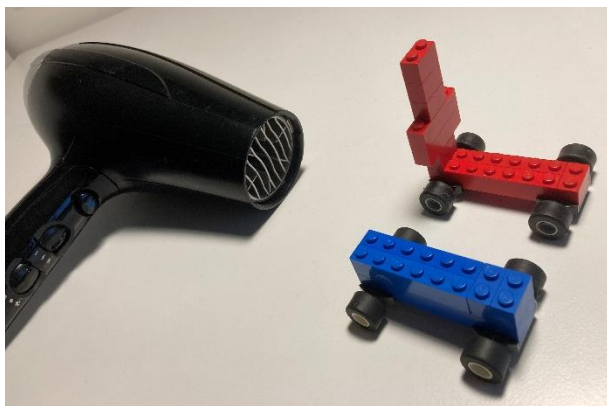


Fig. 39 Twee LEGO-wagentjes en een föhn voor aandrijving

In figuur 39 zijn twee LEGO-wagentjes te zien. De twee wagentjes hebben dezelfde lengte en in de constructie van de twee is hetzelfde aantal LEGO-steentjes gebruikt. Op die manier hebben de wagentjes dus een gelijke massa. Om de beweging van de wagentjes zo dadelijk eerlijk te kunnen vergelijken, is dat een belangrijk gegeven. Zoals te zien is, heeft het blauwe wagentje een redelijk platte vorm, terwijl op het rode wagentje achterop een torentje is gebouwd van LEGO-steentjes. En nu blazen maar!

Als de föhn wordt aangezet, is het verschil in beweging tussen de twee wagentjes onmiddellijk zichtbaar. Het blauwe wagentje zal rustig in beweging komen, terwijl het rode wagentje met een flinke versnelling weg zal spuiten. Leg een dergelijk probleem aan de leerlingen voor en

vraag hen het te verklaren, dan zullen de meeste leerlingen waarschijnlijk wel met een juist antwoord komen. Het valt te verwachten dat zij met een antwoord komen in de trant van “het rode wagentje heeft een groter oppervlak en vangt daardoor meer wind”. Op zich is dat, op basis van gezond verstand, niet eens zo’n slecht antwoord en het duidt in elk geval op fysisch gevoel bij een leerling die met een dergelijk antwoord komt. Ik blijf echter docent natuurkunde en dus hecht ik er waarde aan als een leerling een dergelijk verschijnsel ook weet te verklaren door gebruik te maken van de correcte vaktaal. De essentie zit hem daarbij in de luchtweerstand en dat is, als je er over nadenkt, best spectaculair. De luchtweerstand is immers doorgaans een tegenwerkende kracht, terwijl het in dit experiment juist de kracht is die de wagentjes voortstuwt. Dat geeft mogelijk al enig onbegrip bij de leerlingen. Laten we het geheel maar eens wat nauwkeuriger bekijken door de formule voor de luchtweerstand te beschouwen:

$$F_w = \frac{1}{2} C_w \rho A v^2$$

In deze formule staat F_w voor de luchtweerstand (in N), C_w voor de luchtweerstandscoefficiënt (deze heeft geen eenheid), ρ voor de dichtheid van (in dit geval) lucht (in kg/m³), A voor het frontale oppervlak (in m²) en v voor de snelheid (in m/s).

De crux zit hem nu in het frontale oppervlak van het wagentje, het oppervlak dat loodrecht op de bewegingsrichting staat. Bij het rode wagentje is dit een factor 3,5 keer zo groot als bij het blauwe wagentje. Tel maar na! De aandrijvende luchtweerstand (dat is eigenlijk best een rare term) is op het rode wagentje dus ook met deze factor groter dan dat het geval is bij het blauwe wagentje. Ook de luchtweerstandscoefficiënt zou bij het rode wagentje wat groter kunnen zijn, maar aangezien dit voornamelijk een factor is die beïnvloed wordt door de vorm van een voorwerp en beide wagentjes erg rechthoekig zijn, laten we dit even buiten beschouwing.

De verklaring van het verschijnsel, zoals te zien is in figuur 39, is op gevoel dus niet zo moeilijk. Er komt echter toch een fraai stukje natuurkunde bij kijken om het echt goed verklaard te krijgen en dat is precies wat we onze leerlingen willen leren.

Schieten met LEGO

Voor leerlingen is er natuurlijk niets leukers dan dingen door de klas te mogen schieten en laten we maar eens ingaan op die behoefte. Als een voorwerp wordt weg geschoten voert het immers een (veelal) schuine worp uit en dat is een mooi stukje natuurkunde. Laat ik maar meteen met de deur in huis vallen en de formules die gelden voor een schuine worp presenteren:

$$x(t) = v_x t + x(0)$$

$$y(t) = \frac{1}{2} g t^2 + v_y(0) t + y(0)$$

$$v_y(t) = g t + v_y(0)$$

In deze formules staat $x(t)$ voor de horizontale positie (in m), v_x voor de horizontale component van de snelheid (in m/s), t voor de tijd (in s), $x(0)$ voor de beginpositie in horizontale richting (in m), $y(t)$ voor de verticale positie (in m), g voor de valversnelling ($9,81 \text{ m/s}^2$), $v_y(0)$ voor de verticale component van de beginsnelheid (in m/s), $y(0)$ voor de beginpositie in verticale richting (in m) en $v_y(t)$ voor de verticale component van de snelheid (in m/s). Hierbij gaan we er vanuit dat er geen wrijvingskrachten aan de orde zijn. Uit de formules is dan vrij snel op te maken dat er in de horizontale richting sprake zal zijn van een eenparige beweging. Dat is ook logisch, want als wrijvingskrachten verwaarloosd worden, werkt er in deze richting geen resulterende kracht. In de verticale richting zal er sprake zijn van een eenparig versnelde beweging en ook dat is logisch, want in deze richting is uiteraard wel een resulterende kracht werkzaam in de vorm van de zwaartekracht op het vliegende object.

Nu gaan we schieten en wel met LEGO-steentjes. Deze hebben slechts een geringe massa en zijn daardoor erg geschikt. Met behulp van LEGO lukt het ons ook wel om een lanceerinstallatie te ontwerpen en bouwen. Voor leerlingen is dit een fraaie opdracht in het kader van technisch ontwerpen, waarbij het aan te bevelen is de leerlingen eerst

te laten nadenken over een ontwerp en ze dit daarna pas te laten bouwen (met de beschikbare LEGO). Een voorbeeld van een hele eenvoudige lanceerinstallatie is te zien in figuur 40. In dit type is er gebruik gemaakt van twee (redelijk grote) wielen die dienen als draaipunt. Door op het steentje uiterst links te drukken, beweegt de hefboom aan de rechterkant omhoog en kan het object in het bakje weg worden geschoten. In de constructie kan nog gespeeld worden met de lengte van de hefboom en/of de positie van de wielen op de hefboom. Op die manier is het mogelijk het object in het bakje onder verschillende hoeken te lanceren.

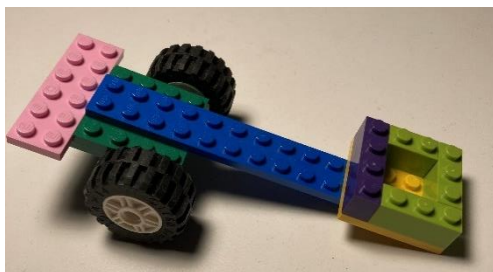


Fig. 40 Een eenvoudige lanceerinstallatie van LEGO

In figuur 41 is een tweede en iets meer geavanceerd type lanceerinstallatie te zien. In dit model is een redelijk massief blok van LEGO gecreëerd. Een hefboom wordt in het smalle gedeelte van dit blok geplaatst, waarbij deze wordt vast gehouden door een set elastiekjes. Door de hefboom bij het bakje naar beneden te drukken en los te laten, ontstaat ook een lanceereffect. Door weer te spelen met de lengte van de hefboom kan de lanceerhoek gevarieerd worden en kunnen de leerlingen op die manier inzicht opdoen omtrent de schuine worp. Ook het aantal elastiekjes kan gevarieerd worden, waarmee de hefboom strakker of losser bevestigd is en harder of zachter terug klapt bij het loslaten ervan. Op die manier kan de lanceersnelheid gevarieerd worden. Ook bij deze wat meer geavanceerde hefboom is

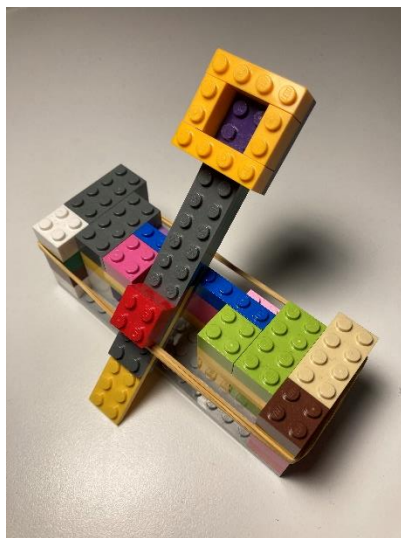


Fig. 41 Een wat meer geavanceerde lanceerinstallatie van LEGO

het aan te bevelen de leerlingen zich bewust te maken van de wijze waarop een dergelijk ontwerp gerealiseerd kan worden. In de praktijk betekent dit vaak: eerst denken en dan pas doen!

Op het moment dat de lancering dan gerealiseerd is, kan er uiteraard gekeken worden naar de achterliggende natuurkunde. Dit kan op verschillende niveaus en dat maakt de opdracht interessant voor gebruik in de klas. Er kan door leerlingen bijvoorbeeld gezocht worden naar de horizontaal afgelegde afstand van het weg geschoten object in relatie met de lanceersnelheid en/of de lanceerhoek. Ook de maximaal bereikte hoogte kan gerelateerd worden aan deze twee variabelen. Deze exercitie kan prima gedaan worden in de onderbouw en maakt de leerlingen heel erg bewust van de werkwijze die natuurkundigen veelal hanteren in het zoeken van een relatie tussen twee grootheden. Het gegeven dat de leerlingen dit fysisch niet geheel kunnen doorgronden, hoeft daarbij geen belemmering te vormen.

Een tweede optie is de leerlingen te confronteren met de formules voor de schuine worp zoals eerder gepresenteerd in deze paragraaf. Door meetresultaten te verzamelen en deze formules toe te passen, kunnen de leerlingen inzicht krijgen in het bewegingstype. De horizontaal afgelegde afstand en de maximaal bereikte hoogte zijn immers meetbaar, hoewel vooral deze laatste experimenteel best nog een flinke uitdaging vormt. Maar ja, daarmee ontwikkelen leerlingen ook weer experimentele vaardigheden en meetinzicht. Aan de hand van de meetresultaten voor de afgelegde afstand en de maximaal bereikte hoogte kunnen de lanceersnelheid en de lanceerhoek dan worden berekend. Dat is zeker niet eenvoudig en dus een mooie uitdaging.

Gaan we nog een stapje verder, dan is een schuine worp bij uitstek geschikt om te vertalen in een rekenkundig model. Dit kan in eerste instantie met verwaarloosde luchtweerstand, maar de introductie van een luchtweerstand in het model maakt het uiterst complex en dus weer een mooie uitdaging. Een zodanig model ontwikkelen dat de uitgevoerde beweging van het gelanceerde object zo goed mogelijk benaderd wordt, kan daarbij het uitgangspunt zijn.

Het door de klas schieten van voorwerpen is voor leerlingen misschien wel de ultieme bezigheid. Laten we daar dan maar een stuk natuurkunde aan koppelen (dan bedenken ze zich de volgende keer wel).

Draaiende LEGO-steentjes

Platenspelers zijn weer helemaal in en dat brengt, naast een hoop muziekplezier ook tal van mogelijkheden op natuurkundig vlak. Waar vind je immers anders een apparaat dat met constante hoeksnelheid roteert? Bekend zal ook wel zijn dat er twee mogelijke snelheden kunnen worden ingesteld, 33 omwentelingen per minuut (33 rpm) en 45 omwentelingen per minuut (45 rpm).

In figuur 42 zijn twee LEGO-steentjes op de draaitafel van een platenspeler gelegd. Het groene steentje bevindt zich op 6,0 cm van het midden en het oranje LEGO-steentje ligt op een afstand van 12,0 cm van het midden. Als de draaitafel in beweging wordt gebracht, is in een oogopslag te zien dat de LEGO-steentjes met een gelijke hoeksnelheid gaan bewegen. Er is echter ook onmiddellijk te zien dat de baansnelheid van het oranje LEGO-steentje groter is dan de baansnelheid van het groene steentje. Laten we daar maar eens wat aan gaan rekenen, waarbij we de platenspeler instellen op 33 rpm.

We starten met het berekenen van de omlooptijd van de draaitafel. Als er 33 omwentelingen per minuut aan de orde zijn, betekent dit voor de omlooptijd het volgende:

$$T = \frac{60}{33} = 1,8 \text{ s}$$

Dit lijkt een eenvoudige berekening, maar voor veel leerlingen is dit niet het geval. Een veel voorkomende fout is dat leerlingen hier $33 / 60$ berekenen (i.p.v. $60/33$). Ze duidelijk maken dat dit niet juist is, is



Fig. 42 Twee LEGO-steentjes op een platenspeler

redelijk eenvoudig. Als je namelijk uitgaat van 60 omwentelingen per minuut is de omlooptijd exact gelijk aan 1,0 s. Er zal geen leerling zijn die dat niet doorziet. Een draaisnelheid van 33 rpm betekent concreet dat er minder omwentelingen per minuut aan de orde zullen zijn dan het geval is bij 60 rpm. De beweging is dus trager en dus zal de omlooptijd groter moeten zijn dan 1,0 s. Dit is alleen te bereiken door de tijd (60 s) te delen door het aantal omwentelingen per minuut (hier 33 rpm) en niet andersom.

Nu we de omlooptijd hebben, kunnen we de hoeksnelheid van de LEGO-steentjes berekenen. Dit kan met behulp van de volgende uitdrukking:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

In deze formule staat ω voor de hoeksnelheid (in rad/s) en T voor de omlooptijd (in s). Beide LEGO-steentjes kennen dezelfde omlooptijd en dus ook dezelfde hoeksnelheid. Deze heeft een waarde van:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1,8} = 3,5 \text{ rad/s}$$

Nu gaan we voor de gegeven situatie uiteraard ook de baansnelheid berekenen en ook dat is niet moeilijk. Voor de baansnelheid geldt immers de volgende formule:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

In deze formule staat v voor de baansnelheid (in m/s), r voor de straal van de baan van (in dit geval) het LEGO-steentje (in m) en T nog steeds voor de omlooptijd (in s). Laten we maar weer eens rekenen.

$$\text{groene LEGO-steentje: } v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 0,060}{1,8} = 0,21 \text{ m/s}$$

$$\text{oranje LEGO-steentje: } v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 0,12}{1,8} = 0,42 \text{ m/s}$$

De baansnelheid van het oranje LEGO-steentje is dus twee keer zo groot als de baansnelheid van het groene LEGO-steentje en dat is natuurlijk hartstikke logisch. De stralen van de beide steentjes verhouden zich immers met een factor 2.

Dit voorbeeld is redelijk eenvoudig, maar kan leerlingen wel razendsnel inzicht geven in de verschillen tussen baansnelheid en hoeksnelheid. Twee grootheden in het kader van de cirkelbeweging die nogal eens voor een stuk verwarring kunnen zorgen.

Laten we het probleem nog eens wat verder uitdiepen. Om de LEGO-steentjes in de cirkelbaan te houden, is er een kracht nodig. Deze kracht betreft de wrijvingskracht tussen het steentje en het oppervlak van de draaitafel. Deze wrijvingskracht levert in dit geval de middelpuntzoekende kracht en daar kunnen we weer mooi een rekenen.

Op het LEGO-steentje werken een drietal krachten: de zwaartekracht F_z , de normaalkracht F_N en een wrijvingskracht F_w . In figuur 43 zijn deze krachten getekend. De wrijvingskracht is in deze situatie de kracht die naar het middelpunt van de cirkel wijst en dus is het deze kracht die de middelpuntzoekende kracht levert. Ook in formulevorm kan dit worden weergegeven. Dit levert het volgende op:

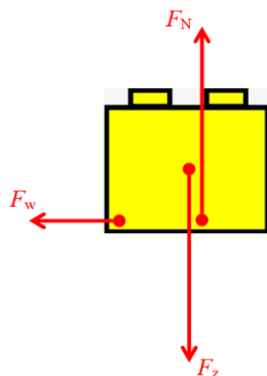


Fig. 43 Krachtwerking op het draaiende LEGO-steentje

$$F_w = F_{\text{mpz}} = \frac{mv^2}{r}$$

In deze uitdrukking staat F_w nog steeds voor de wrijvingskracht (in N), F_{mpz} voor de middelpuntzoekende kracht (in N), m voor de massa van het LEGO-steentje, v voor de baansnelheid van het LEGO-steentje (in m/s) en r voor straal van de cirkelbaan en dat is in dit geval de afstand van het middelpunt tot het (middelpunt van) het LEGO-steentje (in

m). Met deze uitdrukking kan de wrijvingskracht op het LEGO-steentje dus berekend worden, want de massa van het steentje, de baansnelheid en de straal van de cirkelbaan zijn bekend en/of eenvoudig te bepalen. Voor de wrijvingskracht kunnen we echter ook nog een stapje verder gaan. Voor deze kracht geldt immers ook het volgende verband:

$$F_w = \mu_s F_N$$

Deze uitdrukking geeft het recht evenredige verband weer tussen de wrijvingskracht en de normaalkracht, waarbij μ_s staat voor de statische wrijvingscoëfficiënt. Het spreekt voor zich dat de normaalkracht een gelijke grootte heeft aan de zwaartekracht, waarmee de bovenstaande uitdrukking als volgt kan worden uitgebreid:

$$F_w = \mu_s F_N = \mu_s mg$$

In deze uitdrukking staat F_w weer voor de wrijvingskracht, μ_s dus voor de statische wrijvingscoëfficiënt, m voor de massa en g voor de valversnelling ($9,81 \text{ m/s}^2$). Dit vullen we in de uitdrukking op de vorige pagina voor de middelpuntzoekende kracht en dat levert op:

$$\mu_s mg = \frac{mv^2}{r} \quad \rightarrow \quad \mu_s = \frac{v^2}{rg}$$

We rekenen nog een stukje door en vullen de eerder vermelde formule voor de baansnelheid in de bovenstaande uitdrukking. Dit levert op:

$$\mu_s = \frac{\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2}{rg} = \frac{\frac{4\pi^2 r^2}{T^2}}{rg} = \frac{4\pi^2 r}{gT^2} = \left(\frac{4\pi^2}{gT^2}\right)r$$

Hiermee hebben we een (recht evenredig verband) weten te vinden tussen de statische wrijvingscoëfficiënt μ_s en de positie van het LEGO-

steentje op de platenspeler (de straal van de cirkelbaan). Bekend is dat de statische wrijvingscoëfficiënt zich “aan kan passen” aan een situatie. Op een bepaald moment zal de maximale waarde van de statische wrijvingscoëfficiënt echter bereikt worden en zal het LEGO-steentje in beweging komen. In de praktijk betekent dit dat het steentje van de draaitafel af geslingerd zal worden.

Hiermee ontstaat een fraai experiment om eens zelf uit te proberen. Plaats een LEGO-steentje in eerste instantie redelijk dicht bij het middelpunt van de platenspeler en zet de speler aan. Het steentje zal uiteraard in een cirkelbeweging komen, maar zal wel op de draaitafel blijven liggen. In een volgende stap kan de afstand van het (middelpunt van) het LEGO-steentje tot het middelpunt van de draaitafel wat vergroot worden en kan weer bepaald worden of het steentje al dan niet van de draaiende schijf af geslingerd zal worden. Het is zaak dit net zo lang te herhalen tot het moment dat het LEGO-steentje wel loskomt. Op die plek wordt de maximale waarde van de statische wrijvingscoëfficiënt bereikt en laat die nu berekend kunnen worden met de eerder afgeleide uitdrukking.

Dansende LEGO-steentjes

Een voorwerp dat aan een veer wordt bevestigd, zorgt ervoor dat de veer een uitrekking te zien zal geven. Het voorwerp nog wat verder naar beneden trekken (of naar boven drukken) en loslaten, brengt een trillende beweging in werking. Iedereen die iets met natuurkunde doet, kent dit principe van het massa-veersysteem wel.

Het massa-veersysteem komt in een eigentrilling terecht met een trillingstijd die afhangt van de veerconstante van de veer en van de massa die aan de veer bevestigd is. Het verband tussen deze drie grootheden kan worden weergegeven met behulp van de volgende formule:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}}$$

In deze formule staat T voor de trillingstijd (in s), m voor de massa aan de veer (in kg) en C voor de veerconstante (in N/m). Het fraaie van dit verband is dat er slechts twee variabelen in staan, de trillingstijd T en de massa m . De veerconstante C is immers een eigenschap van de gehanteerde veer. Als we de massa aan de veer dus variëren, varieert de trillingstijd mee en daar kunnen we dus mooi aan meten.

Het variëren van de massa gaat kinderlijk eenvoudig als we daarvoor LEGO-steentjes gebruiken. Een (of een aantal) LEGO-steentje(s) meer of minder betekent immers onmiddellijk een toe- of afname van de massa en dat is precies wat we beogen. In figuur 44 staat een foto weergegeven van een te gebruiken opstelling. Daarbij dient wel te worden opgemerkt dat het zaak is een zeer slappe

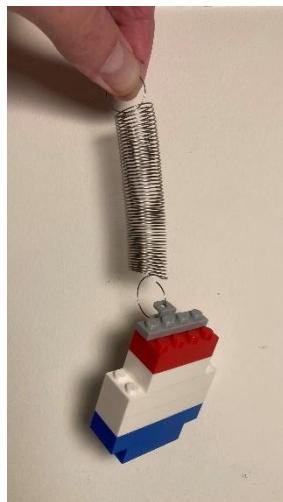


Fig. 44 Massa-veersysteem met LEGO

veer (een veer met een erg kleine veerconstante) te gebruiken. De massa van de LEGO-steentjes is immers maar gering en dus zijn er aardig wat steentjes nodig om een beetje een significante uitrekking van de veer te zien.

Het is vervolgens een kwestie van het variëren van het aantal LEGO-steentjes (en dus de massa) aan de veer en elke keer te meten hoe groot de trillingstijd is. Daarbij gaan we op zoek naar een recht evenredig verband en dat kunnen we bereiken door de formule op de vorige pagina ietwat te manipuleren. Het nemen van het kwadraat links en rechts van het $=$ -teken levert het volgende resultaat op:

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{m}{C} = \frac{4\pi^2}{C} m$$

Daar staat ons recht evenredige verband al, want blijkbaar bestaat er een dergelijk verband in deze situatie tussen de massa m en de trillingstijd in het kwadraat T^2 . In een grafiek geeft dit het beeld van figuur 45.

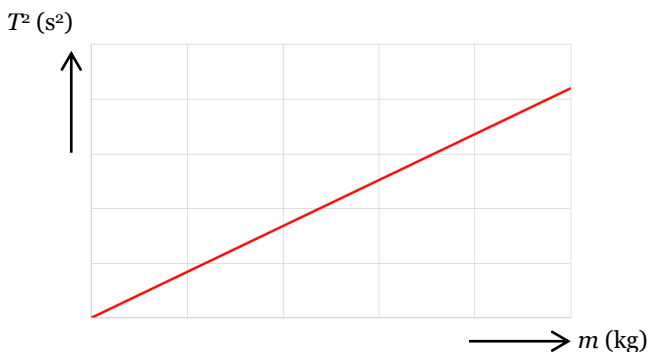


Fig. 45 Een recht evenredig verband voor een massa-veersysteem

De richtingscoëfficiënt van de grafieklijn staat gelijk aan de factor $\frac{4\pi^2}{C}$ en hierin is dus de waarde voor de veerconstante C verstopt.

Deze kan hiermee dus eenvoudig bepaald worden.

Een tweede bekende harmonische trilling is de mathematische slinger. Een massa wordt daarin bevestigd aan een koord, waarbij het zaak is

de massa van het koord verwaarloosbaar klein te houden ten opzichte van de massa die aan het koord bevestigd is. Ook deze opstelling kunnen we nabootsen met behulp van LEGO. De eerlijkheid gebiedt te vermelden dat dit minder succesvol is. De massa van LEGO-steentjes is erg gering, waardoor de luchtweerstand al snel een te grote grip op de slinger zal krijgen en de resultaten minder betrouwbaar zullen zijn. Het een keer uitproberen is uiteraard niet verboden, maar een aanbeveling daarin is wel gebruik te maken van een redelijk groot aantal LEGO-steentjes aan het uiteinde van het koord om toch een significante massa te kunnen ontwikkelen.

Een fraai experiment is daarmee wel ontstaan, als we eens naar de formule voor de mathematische slinger kijken. Deze luidt:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

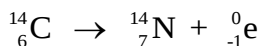
In deze formule staat T voor de trillingstijd (in s), l voor de lengte van de slinger (in m) en g voor de valversnelling (in $9,81 \text{ m/s}^2$). Als we dezelfde methode hanteren als bij het massa-veersysteem alleen nu de trillingstijd in het kwadraat T^2 uitzetten tegen de slingerlengte l ontstaat ook een grafiek die een rechte lijn door de oorsprong

beschrijft. Uit de richtingscoëfficiënt (gelijk aan $\frac{4\pi^2}{g}$) kan dan de valversnelling berekend worden.

Radioactieve LEGO-steentjes

Het opstellen en noteren van radioactieve vervalvergelijkingen is voor veel leerlingen geen hele ingewikkelde opgave, maar het goed verkrijgen van een beeld over wat er nu echt aan de hand is, is een veel grotere uitdaging. LEGO-steentjes kunnen daarbij hulp bieden in de beeldvorming. In de volgende voorbeelden stelt een blauw LEGO-steentje een proton voor, een geel steentje is een neutron, een zwart steentje een elektron en een rood steentje een gamma-foton. Daarbij ben ik er steeds vanuit gegaan dat een (1×1) -steentje een dergelijk deeltje voorstelt. Anders worden de atoomkernen wel groot in omvang en is een te aanzienlijke hoeveelheid LEGO noodzakelijk.

Met behulp van de gekleurde steentjes kunnen we nu atoomkernen gaan bouwen. Als voorbeeld nemen we het radioactieve verval van koolstof-14. Koolstof-14 vervalst onder uitzending van β -straling, waarbij stikstof-14 ontstaat (het ook ontstane anti-neutrino laat ik hier even buiten beschouwing). De leerlingen wordt geleerd dat de kernreactievergelijking als volgt kan worden opgesteld:



Een koolstof-14 atoomkern kunnen we, volgens de eerder vermelde afspraken, maken met 6 blauwe steentjes en 8 gele steentjes. Een van de gele steentjes verwijderen we vervolgens en daarvoor in de plaats, voegen we blauw steentje toe. Ernaast leggen we een zwart steentje. In figuur 46 is het resultaat te zien.

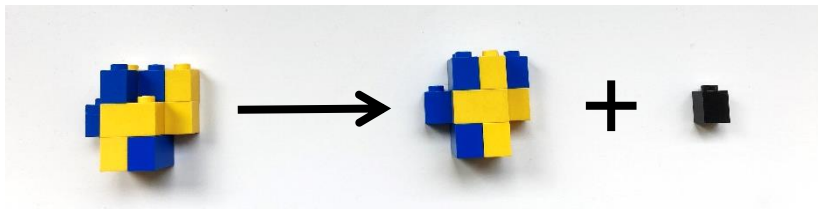
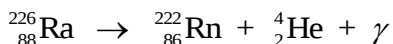


Fig. 46 Radioactief verval van C-14 met LEGO

In het voorbeeld van figuur 46 is de complete kernreactie te zien. Dit geeft een mooi overzicht, maar heeft ook het nadeel dat leerlingen minder ervaren wat er nu daadwerkelijk gebeurt. Didactisch kan het beter zijn om de leerlingen eerst de moederkern te laten bouwen (in het voorbeeld van figuur 46 dus koolstof-14). Deze moederkern kunnen ze vervolgens verbouwen tot de dochterkern (hier stikstof-14) en het type straling (hier β -straling).

Laten we nog een tweede voorbeeld bekijken, waarin de kernreactie meer wordt opgebouwd en de leerlingen dus hopelijk wat meer inzicht ontwikkelen in de achterliggende fysische principes. Als voorbeeld nemen we het radioactieve verval van radium-226. Deze isotoop vervalt onder uitzending van α -straling en γ -straling, waarbij een radon-222 kern ontstaat. De kernreactievergelijking luidt als volgt:



Ook deze kernreactie kunnen we vertalen in LEGO. De radon-226 kern bestaat daarbij uit 88 blauwe steentjes (protonen) en 138 gele steentjes (neutronen). In figuur 47 is de LEGO-variant van radon-226 weergegeven. Uit dit bouwwerk verwijderen we nu 2 blauwe steentjes (protonen) en 2 gele steentjes (neutronen), die dan samen een helium-4 kern voorstellen. Door deze handeling zouden leerlingen zich bewust kunnen worden van het achterliggende proces bij α -verval. Een extra rood steentje stelt tot slot het γ -foton voor. De totale kernreactie is te zien in figuur 48.

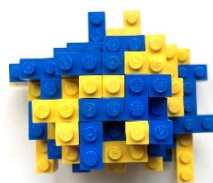


Fig. 47 Radon-226 in LEGO

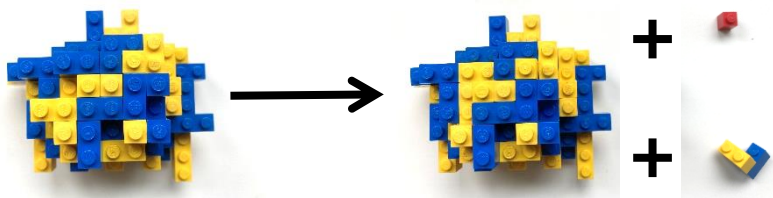
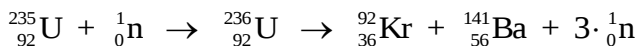


Fig. 48 Radioactief verval van radon-226 met LEGO

LEGO-splijting en LEGO-fusie

Eerder hadden we het over het weergeven van een radioactieve vervalvergelijking met behulp van LEGO-steentjes. Zoals bekend, bestaan er nog (veel) meer kernreacties. De bekendste zijn wel de reactie die optreedt als er sprake is van kernsplijting, maar ook kernfusie is een belangrijke.

Laten we eens starten met kernsplijting. Bij kernsplijting vangt een uranium-235 kern een neutron in. Hierdoor ontstaat uranium-236 en deze splitst in twee losse bestanddelen en een aantal neutronen. Er bestaan een aantal mogelijke reacties. Hier bekijken we de situatie waarbij een krypton-92 kern, een barium-141 kern en drie losse neutronen ontstaan. In een kernreactievergelijking kan dat als volgt worden weergegeven:



Deze reactie is weer prima na te bouwen met LEGO-steentjes om de leerlingen een beter gevoel te geven van de opbouw van de atoomkernen en het proces dat er plaatsvindt. Het gegeven dat het aantal protonen (wet van behoud van lading) en het totale aantal kerndeeltjes (protonen en neutronen, wet van behoud van massagetal) gelijk blijft na de splijting wordt op deze manier expliciet duidelijk gemaakt.

Ik ga er weer vanuit dat een blauw (1×1)-steentje een proton voorstelt en dat een geel (1×1)-steentje een neutron is. En dan bouwen maar!

In figuur 49 is de uranium-235 kern te zien met het losse neutron. De volgende stap is de combinatie van de uranium-235 kern en het losse neutron tot een uranium-236 kern. In figuur 50 is hiervan een weergave te zien. Met

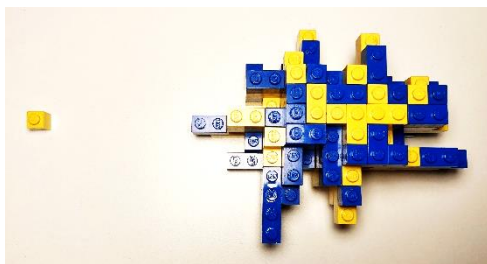


Fig. 49 Uranium-235 en een los neutron in LEGO

een pijl is het extra neutron aangeduid (vooral om te bewijzen dat de Uranium-kernen uit figuur 49 en 50 echt anders zijn. De tussenstap naar Uranium-236 is didactisch essentieel om te zetten voor leerlingen. Leerlingen hebben immers vaak de veronderstelling dat het neutron de uranium-235 kern kapot schiet, maar dat is dus niet het geval. Het neutron vreet zich als het ware in de uranium-235 kern in, waarbij het splijtbare uranium-236 ontstaat. De splijtingsproducten krypton-92 en barium-141, samen met drie losse neutronen zijn in figuur 51 met behulp van LEGO na gebouwd.

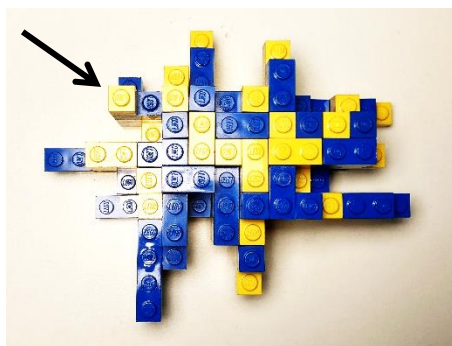


Fig. 50 Uranium-236 in

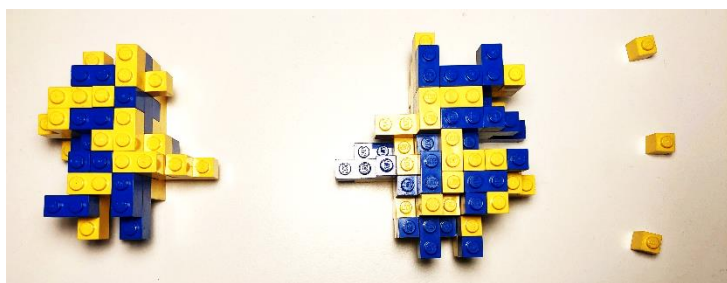
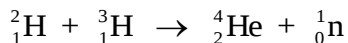


Fig. 51 Krypton-92 en Barium-141 en drie losse neutronen

Door wat pijlen en plus-tekenen in de bovenstaande figuren te plaatsen, is het zelfs mogelijk om de kernreactievergelijking voor kernsplijting volledig visueel te maken met behulp van LEGO. Didactisch is het echter sterker de leerlingen een uranium-235 kern te laten bouwen en hen daarnaast een los “neutron” te geven om uranium-236 mee te vormen. Door hen vervolgens de splijtingsproducten daadwerkelijk te laten bouwen, kan een wat diepgaander begrip ontstaan in de processen die optreden bij kernsplijting en de regels die gelden voor het opstellen van kernreactievergelijkingen.

Laat ik de volledige kernreactievergelijking dan maar eens zichtbaar maken in het proces van kernfusie. Bij kernfusie fuseren isotopen van

veelal waterstof tot zwaardere isotopen zoals helium. Als voorbeeld nemen we de fusie van deuterium (waterstof-2) met tritium (waterstof-3) tot helium-4 en een los neutron. In een kernreactievergelijking ziet een dergelijke fusiereactie er als volgt uit:



Ook deze reactie is weer na te bouwen met behulp van LEGO-steentjes en het grote voordeel is dat daarvoor een stuk minder steentjes nodig zijn dan het geval was bij kernsplijting. Ik gebruik weer een blauw (1 × 1)-steentje als proton en een geel (1 × 1)-steentje als neutron. De reactie in LEGO is te zien in figuur 52.

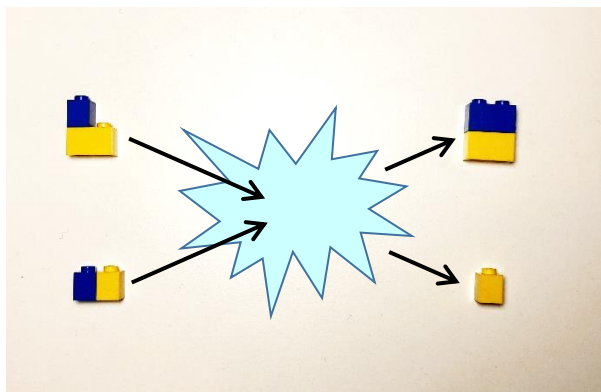


Fig. 52 Kernfusie in LEGO

In dit geval is de reactie in een oogopslag te zien, maar ook bij deze reactie is het de overweging waard om de leerlingen dit veel meer stap voor stap te laten doen.

Emissie- en absorptiespectrum met LEGO

Elk materiaal kent zo zijn eigen emissie- en absorptiespectrum. De specifieke kleuren licht die worden uitgezonden bij het, op welke manier dan ook, in een aangeslagen toestand brengen van een stof kunnen hiermee in kaart gebracht worden en de aan de orde zijnde fotonenergieën berekend. In figuur 53 zijn voorbeelden te zien van de emissiespectra van Waterstof en Helium.

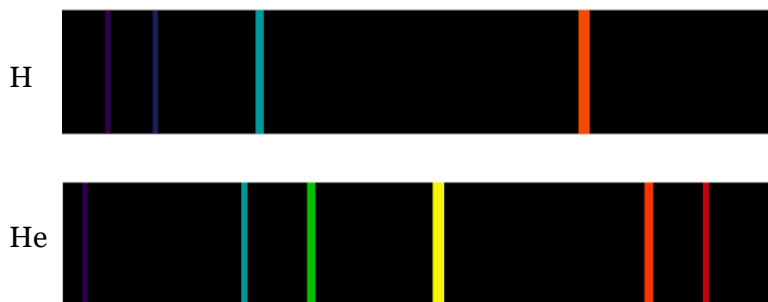


Fig. 53 Emissiespectra van Waterstof en Helium

De lijnen in een emissiespectrum bestaan uit verschillende vrolijke kleuren en laat ze dat nou gemeen hebben met LEGO-steentjes. Ook deze zijn te verkrijgen in een veelheid aan kleuren en daar lijkt een mooie parallel te trekken. Om het een beetje op lijnen te gaan laten lijken kies ik in het vervolg voor (6×1) LEGO-steentjes. In figuur 54 is een verzameling te zien. In deze figuur liggen de steentjes nog kriskras door elkaar heen en als rechtgeaard fysicus raak ik daarvan



Fig. 54 Gekleurde LEGO-steentjes

toch wat nerveus. Als het langwerpige steentjes zijn, laten we ze dan ook maar ordenen qua kleur in de volgorde van het kleurenspectrum. Het resultaat daarvan is te zien in figuur 55. Niet alle kleuren uit het kleurenspectrum waren echter beschikbaar. Een aantal kleuren die juist niet in het kleurenspectrum voor komen (zoals bruin en grijs), waren juist wel beschikbaar. Deze zijn toch maar meegenomen in het LEGO-kleurenspectrum.

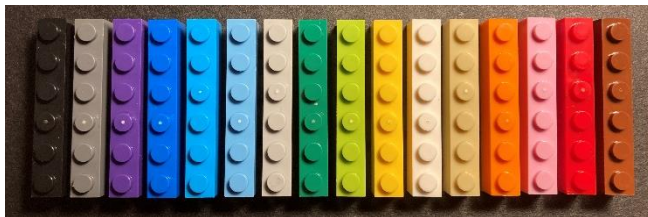


Fig. 55 Kleurenspectrum met LEGO

Als we uit het bovenstaande LEGO-kleurenspectrum nu eens het paarse steentje, het donkerblauwe steentje, het lichtblauwe steentje en het oranje steentje naar beneden schuiven, dan ontstaat het resultaat van figuur 56. En zie hier, we hebben met LEGO het emissiespectrum van waterstof weten na te bootsen.

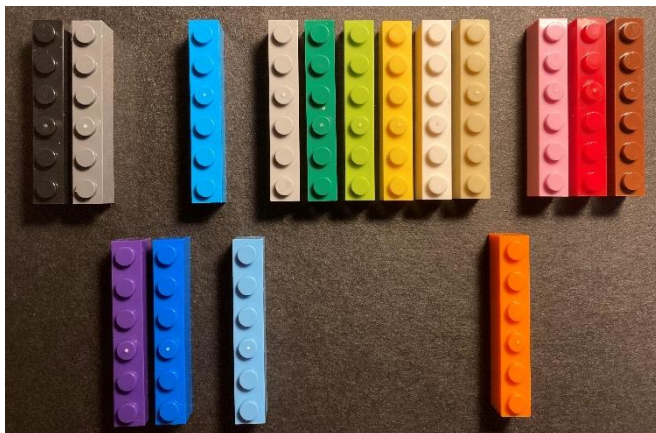


Fig. 56 Het emissie- en absorptiespectrum van waterstof in LEGO

Op de foto van figuur 56 is niet zomaar een zwarte achtergrond gebruikt. Het onderste deel van de figuur geeft het emissiespectrum van waterstof, maar als we goed kijken dan zien we dat het bovenste

deel van de foto een representatie is van het absorptiespectrum van waterstof. In figuur 57 is deze oefening herhaald voor helium.



Fig. 57 Het emissie- en absorptiespectrum van helium in LEGO

Het een en ander dient qua kleur uiteraard wel met een korreltje zout genomen te worden. Om echt een goed kleurenspectrum te maken met behulp van LEGO-steentjes zijn veel meer verschillende kleuren nodig. Ook complexere emissie- en absorptiespectra kunnen dan worden nagemaakt.

De hier beschreven oefening heeft echter voornamelijk een didactisch doel. Het is voor leerlingen niet altijd even goed voor te stellen dat er bij emissie een beperkt aantal kleuren wordt uitgezonden. Door hen de betreffende kleuren te laten selecteren, kan hier een stukje begrip ontstaan. Nog duidelijker is echter het opstellen van het absorptiespectrum. In het LEGO-absorptiespectrum worden immers fysiek een aantal kleuren verwijderd uit het kleurenspectrum en dat kan leerlingen een gevoel geven van de processen die hier optreden. Bij het creëren van een echt absorptiespectrum treedt immers een vergelijkbaar verschijnsel op. Bepaalde kleuren worden uit het kleurenspectrum gehaald. Hiermee hebben de vrolijk gekleurde LEGO-steentjes toch weer een klein beetje kunnen helpen om te komen tot een beter conceptueel begrip over dit abstracte stukje natuurkunde.

Optica met LEGO

Met LEGO-steentjes zijn de meest fantastische figuren te ontwerpen en met deze figuren kunnen we weer aan de slag. Laten we zo'n (eenvoudige) figuur eens voor een spiegel leggen, zoals te zien is in figuur 58. In deze figuur is het LEGO-voorwerp en het spiegelbeeld van dit voorwerp te zien. In de LEGO-figuur is bewust een hoek aangebracht, zodat het verschil tussen voor en achter en links en rechts goed waar te nemen is. Er is in een oogopslag te zien dat er een wereld voor de spiegel en een wereld achter de spiegel bestaat.

De relatie tussen voor en achter en links en rechts voor het voorwerp en het spiegelbeeld is goed waar te nemen en kan leerlingen inzicht bieden in deze toch wel complexe natuurkunde, in elk geval complexer dan vaak wordt gedacht.

Leerlingen hebben vaak redelijk snel door hoe de spiegelwet luidt en hoe ze deze op een (vlakke) spiegel toe kunnen passen. Het gegeven dat de hoek van inval gelijk is aan de hoek van uitval is met een eenvoudig experiment aan te tonen en de toepassing is dan niet moeilijk meer. Het werken met een voorwerp en een spiegelbeeld is voor veel leerlingen echter veel lastiger. Deze benadering geeft hen echter veel meer inzicht in hetgeen er daadwerkelijk in de spiegel waar te nemen valt. Het experiment van figuur 58 geeft een mooie aanleiding daarover met de leerlingen in gesprek te gaan. Het voorwerpspunt en het bijbehorende spiegelpunt (kies maar een punt op het LEGO-bouwwerk) kunnen in relatie tot elkaar bestudeerd worden en de leerlingen kunnen het inzicht ontwikkelen dat de gespiegelde lichtstralen uit het spiegelpunt lijken te komen.

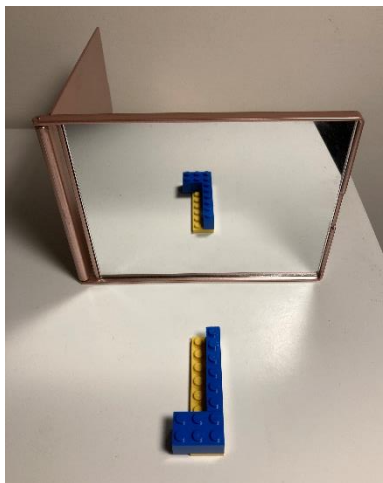


Fig. 58 LEGO voor en in een spiegel

Maar die spiegelwet, de hoek van inval is gelijk aan de hoek van terugkaatsing, is toch ook wel fundamenteel. Laat LEGO-blokjes nu prachtig gladde zijanten hebben. Daar kunnen we dus iets mee. In figuur 59 wordt een laser op het gladde zij-oppervlak van een LEGO-steentje geschenen.

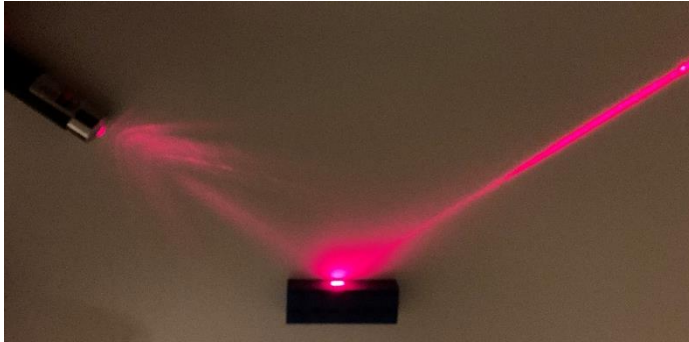


Fig. 59 De zijkant van een LEGO-steentje gebruikt als spiegel

De spiegelwet wordt daarmee in een klap zichtbaar. Buiten het formaliseren van een aantal zaken, zoals de aan de orde zijnde hoeken gemeten ten opzichte van de normaal van de spiegel (je kent het wel), volgt de reflectiewet in een oogopslag. Ook daar zijn LEGO-steentjes dus blijkbaar voor geschikt.

Ook het verschijnsel breking moet met behulp van een LEGO-steentje zichtbaar te maken zijn. Voorwaarde daarbij is vanzelfsprekend wel dat er een transparant LEGO-steentje gebruikt wordt en die zijn inderdaad verkrijgbaar. Een aanbeveling daarin is wel gebruik te maken van een zo breed mogelijk steentje, dan zijn de effecten het best zichtbaar.

Tot slot nog een overweging. Zoals eerder in deze paragraaf toegepast, hebben LEGO-steentjes bijzonder gladde zijanten. Als twee steentjes tegen elkaar worden geplaatst op de manier zoals te zien is in figuur 60, is er dus voor het oog geen / nauwelijks ruimte tussen de steentjes, zeker als deze echt tegen elkaar worden gedrukt. Laten we nu eens met laser



Fig. 60 Tegen elkaar geplaatste LEGO-steentjes

tussen de beide blokjes door proberen te schijnen. Wonder boven wonder ontstaat er dan achter de blokjes op een scherm of (witte) muur een diffractiepatroon. Een verklaring hiervoor durf ik niet goed te geven. Is dit inderdaad een diffractiepatroon en kan de dunne spleet (die toch echt aanwezig is) tussen de twee LEGO-steentjes gezien worden als een enkelspleet? Als dat zou kloppen, zouden we met LEGO zelfs het golfkarakter van licht aan kunnen tonen en dat zou wel een heel spectaculair resultaat zijn. Het is echter ook mogelijk dat de spleet tussen de LEGO-steentjes nog van een zodanige breedte is dat er reflecties van het laserlicht optreden op de zijvlakken van de LEGO-steentjes en dat die worden waargenomen. Er is meer onderzoek nodig om hierover echt uitspraken te doen, een mooie uitdaging voor mezelf, maar vooral ook voor de lezer. Want dat is toch wat natuurkunde zo'n mooi vakgebied maakt, het onverwachte verklaren!

